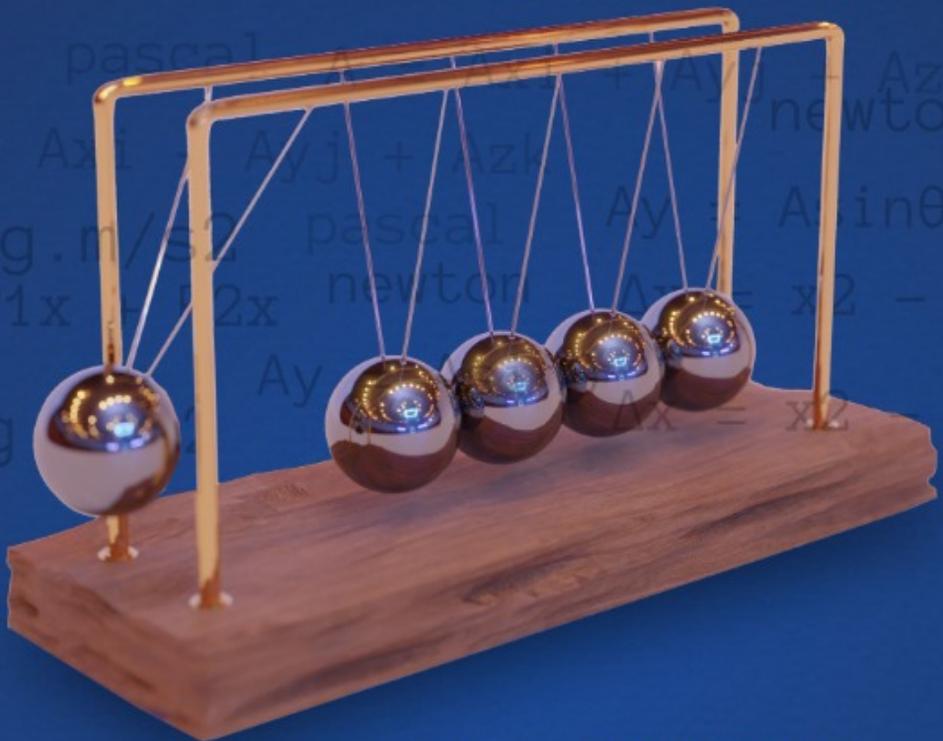


FISIKA DASAR

Untuk Perguruan Tinggi



Ice Trianiza S.Si.,M.T.,CIQaR

Ayu Novia Lisdawati S.Si.,M.Si

Firda Herlina S.T.,M.Eng

FISIKA DASAR

Untuk Perguruan Tinggi

Ice Trianiza S.Si.,M.T.,CIQaR
Ayu Novia Lisdawati S.Si.,M.Si
Firda Herlina S.T.,M.Eng



pena persada

PENERBIT CV. PENA PERSADA

FISIKA DASAR
Untuk Perguruan Tinggi

Penulis:

Ice Trianiza S.Si.,M.T.,CIQaR
Ayu Novia Lisdawati S.Si.,M.Si
Firda Herlina S.T.,M.Eng

ISBN : 978-623-455-269-0

Design Cover :

Retnani Nur Brilliant

Layout :

Hasnah Aulia

Penerbit CV. Pena Persada

Redaksi :

Jl. Gerilya No. 292 Purwokerto Selatan, Kab. Banyumas
Jawa Tengah

Email : penerbit.penapersada@gmail.com

Website : penapersada.com Phone : (0281) 7771388

Anggota IKAPI

All right reserved

Cetakan pertama : 2022

Hak Cipta dilindungi oleh undang-undang. Dilarang
memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa
izin penerbit

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kami panjatkan kehadiran Allah SWT, atas limpahan dan berkah rahmat-Nya, Modul Bahan Ajar Fisika Dasar untuk Universitas dapat di selesaikan. Dengan adanya modul pembelajaran ini diharapkan dapat menambah pengertian dan meningkatkan pengetahuan mahasiswa dalam mempelajari mata kuliah fisika dasar.

Kritik dan saran yang membangun diharapkan bisa dipergunakan untuk perbaikan untuk memajukan ilmu pengetahuan dan teknologi

Banjarmasin, Juli 2022

Tim Penyusun

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	iv
BAB 1 BESARAN & SATUAN	9
A. Besaran Pokok, Besaran Turunan & Satuannya.....	9
B. Sistem Satuan.....	11
BAB 2 VEKTOR	15
BAB 3 KINEMATIKA	31
A. Gerak Partikel.....	32
B. Kecepatan Rata-Rata dan Kecepatan Sesaat.....	34
C. Percepatan Rata-Rata dan Percepatan Sesaat.....	37
D. Gerak Lurus Beraturan.....	39
E. Gerak Lurus Berubah Beraturan.....	39
F. Gerak Jatuh Bebas.....	44
G. Gerak Vertikal ke Bawah.....	48
H. Gerak Vertikal ke Atas.....	48
I. Gerak Peluru.....	50
J. Gerak Melingkar.....	54
BAB 4 DINAMIKA PARTIKEL	64
BEBERAPA ISTILAH DALAM DINAMIKA BENDA	65
BAB 5 USAHA DAN ENERGI	72
A. Usaha.....	72
B. Energi.....	75
C. Energi Kinetik.....	76
D. Gaya Konservatif dan Gaya Disipatif.....	81
E. Hukum Kekekalan Energi.....	82
F. Daya.....	83
BAB 6 MOMENTUM LINIER	89
A. Momentum dan Impuls.....	89
B. Hukum Kekekalan Momentum.....	91
C. Tumbukan Lenting Sempurna.....	92
D. Tumbukan Tidak Lenting Sempurna.....	93
E. Tumbukan Dua Dimensi.....	94

F. Pendulum Balistik	96
G. Pusat Massa	97
BAB 7 ROTASI BENDA TEGAR	106
A. Persamaan Gerak Rotasi.....	106
B. Momen Gaya.....	107
C. Momen Inersia	111
D. Energi Kinetik Rotasi	113
E. Momentum Sudut	114
DAFTAR PUSTAKA	117

FISIKA

Fisika adalah ilmu yang mempelajari gejala-gejala alam dari segi materi dan energinya. Fisika adalah bangun pengetahuan yang menggambarkan usaha, temuan, wawasan dan kearifan yang bersifat kolektif dari umat manusia (Wartono, 2003:18). Sedangkan menurut Mundilarto (2010: 4), fisika sebagai ilmu dasar memiliki karakteristik yang mencakup bangun ilmu yang terdiri atas fakta, konsep, prinsip, hukum, postulat, dan teori serta metodologi keilmuan. Fisika adalah ilmu yang terbentuk melalui prosedur baku atau biasa disebut sebagai metode ilmiah.

HAKIKAT FISIKA

1. Fisika Mempelajari Berbagai Gejala dan Sifat Fisik suatu Benda

Fisika mempelajari sifat dasar dari suatu benda, seperti: gerak, gaya, energi, zat, panas, bunyi, cahaya, struktur atom dan lain sebagainya. Hal-hal tersebut dapat kita temui di kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu fisika dianggap sebagai ilmu yang sangat dekat dengan kehidupan.

2. Fisika Merupakan Ilmu Experimental

Jika para ilmuwan fisika tidak menemukan bahwa suatu fakta itu benar maka para ilmuwan berusaha mencoba membuktikan dengan melalui berbagai eksperimen. Jadi untuk dapat membuktikan kebenaran suatu fakta tidak dibuktikan secara langsung, melainkan harus dapat dibuktikan kebenarannya melalui eksperimen. Jika fakta tersebut dinyatakan benar maka fakta tersebut akan diakui dan digunakan sebagai fakta ilmiah. Sebaliknya, jika fakta tersebut terbukti salah maka akan ditinggalkan. Oleh karena itu fisika merupakan ilmu yang experimental. Maksudnya adalah bahwa ilmu tersebut harus dapat lulus uji coba dan dinyatakan benar.

3. Setiap Fenomena di Alam Semesta dapat Dijelaskan dengan Ilmu Fisika

Fenomena alam yang ada disekitar kita tentunya banyak sekali. Seperti pelangi, ilmu fisika menjelaskan bagaimana pelangi bisa muncul, dan kenapa munculnya harus setelah adanya hujan.

“Everybody wants happiness, nobody wants pain; but there can’t be a rainbow without a little rain” (Setiap orang mau senang (saya juga), tidak ada yang mau disakiti, tetapi kamu tidak akan bisa melihat pelangi tanpa gerimis) Dolly Parton.

RUANG LINGKUP FISIKA

Ruang lingkup fisika terdiri dari beberapa macam, yaitu: mekanika klasik, termodinamika, elektromagnetisme, dan mekanika kuantum

FISIKA DASAR
Untuk Perguruan Tinggi

BAB 1

BESARAN & SATUAN

Tujuan Instruksional Umum :

Mahasiswa bisa menerapkan dan menyajikan prinsip-prinsip pengukuran besaran fisis, ketepatan, ketelitian, dan angka penting, serta notasi ilmiah

Tujuan Instruksional Khusus:

1. Mahasiswa mengidentifikasi perbedaan antara besaran pokok dan besaran turunan serta menyebutkan 7 besaran beserta satuannya setelah proses pembelajaran besaran dan satuan.
2. Mahasiswa dapat menggunakan alat ukur dalam pengukuran besaran fisika setelah di demonstrasikan.
3. Mahasiswa mampu menerapkan prinsip-prinsip pengukuran ketika dihadapkan dengan besaran-besaran fisika.
4. Mahasiswa menerapkan kaidah angka penting untuk hasil pengukuran besaran fisika.
5. Siswa mampu mengkonversi angka yang sangat besar maupun kecil pada hasil perhitungan kedalam bentuk notasi ilmiah.

A. Besaran Pokok, Besaran Turunan & Satuannya

Besaran adalah segala sesuatu yang dapat diukur, mempunyai nilai yang dapat dinyatakan dengan angka dan memiliki satuan tertentu. Satuan adalah pernyataan yang menjelaskan arti dari suatu besaran. Pada bab ini akan dijelaskan besaran pokok dan besaran turunan, sedangkan besaran skalar dan besaran vektor akan dijelaskan pada bab selanjutnya.

Besaran pokok merupakan besaran yang dipandang berdiri sendiri dan tidak diturunkan dari besaran lain. Sampai saat ini ditetapkan 7 besaran pokok sebagai berikut :

Tabel 1 Besaran Pokok & Satuannya

Besaran Turunan	Rumus	Satuan
Volume	panjang x lebar x tinggi	m ³ , cm ³ , liter
Massa Jenis	massa/volume	kg/m ³
Percepatan	kecepatan/waktu	m/s ²
Gaya	massa x percepatan	kg.m/s ² , newton
Usaha & Energi	gaya x perpindahan	kg.m ² /s ² , joule
Daya	usaha/waktu	kg.m ² /s ³ , watt
Tekanan	gaya/luas	kg/(m.s ²), pascal
Muatan Listrik	kuat arus x waktu	A.s, coulomb

Besaran turunan ialah besaran yang diturunkan dan diperoleh dari besaran-besaran pokok. Misalkan luas didefinisikan sebagai hasil kali dua besaran panjang (yaitu panjang kali lebar). Jika satuan panjang dan lebar masing-masing adalah meter, maka besaran luas adalah besaran turunan yang mempunyai satuan meter x meter atau m². Contoh yang lain adalah besaran kecepatan yang diperoleh dari hasil bagi jarak dengan waktu. Jarak merupakan besaran panjang yang mempunyai satuan meter, sedangkan waktu mempunyai satuan sekon. Maka besaran kecepatan merupakan besaran turunan dari besaran pokok panjang dibagi besaran pokok waktu, sehingga satuannya meter/sekon atau m/s. Berikut ini adalah beberapa contoh besaran turunan beserta satuannya.

Tabel 2 Besaran Turunan & Satuannya

Besaran Turunan	Rumus	Satuan
Volume	panjang x lebar x tinggi	m ³ , cm ³ , liter
Massa Jenis	massa/volume	kg/m ³
Percepatan	kecepatan/wak	m/s ²

	tu	
Gaya	massa x percepatan	kg.m/s ² , newton
Usaha & Energi	gaya x perpindahan	kg.m ² /s ² , joule
Daya	usaha/waktu	kg.m ² /s ³ , watt
Tekanan	gaya/luas	kg/(m.s ²), pascal
Muatan Listrik	kuat arus x waktu	A.s, coulomb

B. Sistem Satuan

Sistem satuan yang biasa digunakan pada besaran pokok dan besaran turunan adalah sistem Satuan Internasional (SI) atau biasa dikenal sebagai sistem metrik yaitu meter, kilogram dan sekon yang disingkat MKS. Selain sistem metrik yang lain adalah CGS (*centimeter, gram, sekon*). Adapula *British Engineering System* yang biasa disebut sebagai sistem FPS (*foot, pound, sekon*).

Tabel 3 Satuan Internasional

Besaran SI		
Besaran Pokok	Panjang	meter
	Massa	kilogram
	Waktu	sekon
	Suhu	kelvin
	Kuat Arus Listrik	ampere
	Kuat Cahaya	kandela
	Jumlah Zat	mol
Besaran Turunan	Luas	m ²
	Kecepatan	m/s
	Volume	m ³
	Massa Jenis	kg/m ³
	Percepatan	m/s ²
	Gaya	kg.m/s ² , N

Pada sistem metrik, satuan yang lebih besar dan lebih kecil didefinisikan dalam kelipatan 10 dari satuan standar. Jadi 1 kilometer (km) adalah 1000 m atau 10³m, 1 centimeter (cm) adalah 1/100 m atau 10⁻² m dan seterusnya. Awalan “centi”, “kilo”, “mili”, dan yang lainnya dapat diterapkan tidak hanya

pada satuan panjang, tetapi juga satuan volume, massa, atau metrik lainnya. Misalnya saja 1 centiliter (cL) adalah 1/1000 liter dan 1 kilogram adalah 1000 gram. Tabel 4 menunjukkan awalan-awalan metrik yang sering digunakan dalam berbagai satuan.

Tabel 4 Awalan Metrik SI

Awalan	Singkatan	Nilai	Awalan	Singkatan	Nilai
exa	E	10^{18}	deci	d	10^{-1}
peta	P	10^{15}	centi	c	10^{-2}
tera	T	10^{12}	milli	m	10^{-3}
giga	G	10^9	micro	μ	10^{-6}
mega	M	10^6	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^3	pico	p	10^{-12}
hecto	h	10^2	femto	f	10^{-15}
deka	da	10^1	atto	a	10^{-18}

1. Angka Penting

Angka penting adalah bilangan yang diperoleh dari hasil pengukuran yang terdiri dari angka-angka penting yang sudah pasti (terbaca pada alat ukur) dan satu angka terakhir yang ditafsir atau diragukan. Sedangkan angka eksak/pasti adalah angka yang sudah pasti (tidak diragukan nilainya), yang diperoleh dari kegiatan membilang (menghitung).

2. Ketentuan Angka Penting

- Semua angka yang bukan nol merupakan angka penting. Contoh : 6,89 ml memiliki 3 angka penting. 78,99 m memiliki empat angka penting
- Semua angka nol yang terletak diantara bukan nol merupakan angka penting. Contoh : 1208 m memiliki 4 angka penting. 2,0067 memiliki 5 angka penting. 7000,2003 (9 angka penting).
- Semua angka nol yang terletak di belakang angka bukan nol yang terakhir, tetapi terletak di depan tanda desimal

adalah angka penting. Contoh : 70000, (5 angka penting).

- d. Angka nol yang terletak di belakang angka bukan nol yang terakhir dan di belakang tanda desimal adalah angka penting. Contoh: 23,50000 (7 angka penting).
- e. Angka nol yang terletak di belakang angka bukan nol yang terakhir dan tidak dengan tanda desimal adalah angka tidak penting. Contoh : 3500000 (2 angka penting).
- f. Angka nol yang terletak di depan angka bukan nol yang pertama adalah angka tidak penting. Contoh : 0,0000352 (3 angka penting).

3. Aturan Pembulatan

- a. Jika angka pertama setelah angka yang hendak dipertahankan adalah 4 atau lebih kecil, maka angka itu dan seluruh angka disebelah kanannya ditiadakan. Contoh (1) : $75,494 = 75,49$ (angka 4 yang dicetak tebal ditiadakan). Contoh (2) : $1,00839 = 1,008$ (kedua angka yang dicetak tebal ditiadakan)
- b. Jika angka pertama setelah angka yang akan anda pertahankan adalah 5 atau lebih besar, maka angka tersebut dan seluruh angka di bagian kanannya ditiadakan. Angka terakhir yang dipertahankan bertambah satu.

4. Aturan Penjumlahan dan Pengurangan

- a. Apabila anda melakukan operasi penjumlahan atau pengurangan, maka hasilnya hanya boleh mengandung satu angka taksiran (catatan : angka tafsiran adalah angka terakhir dari suatu angka penting).

Contoh :

Jumlahkan 273,219 g; 15,5 g; dan 8,43 g (jumlahkan seperti biasa, selanjutnya bulatkan hasilnya hingga hanya terdapat satu angka taksiran)

Angka 4 dan 9 ditiadakan. Hasilnya = 297,1

5. Aturan Perkalian dan Pembagian

- a. Pada operasi perkalian atau pembagian, hasil yang diperoleh hanya boleh memiliki jumlah angka penting sebanyak bilangan yang angka pentingnya paling sedikit.

Contoh :

Hitunglah operasi perkalian berikut ini : $0,6283 \times 2,2 \text{ cm} = 1,38226 \text{ cm}^2$ (petunjuk : lakukanlah prosedur perkalian atau pembagian dengan cara biasa. Kemudian bulatkan hasilnya hingga memiliki angka penting sebanyak salah satu bilangan yang memiliki angka penting paling sedikit).

Hasilnya dibulatkan menjadi $1,4 \text{ cm}^2$ (dua angka penting).

- b. Hasil perkalian atau pembagian antara bilangan penting dengan bilangan eksak/pasti hanya boleh memiliki angka penting sebanyak jumlah angka penting pada bilangan penting.

Contoh : hitunglah operasi perkalian berikut ini : $25 \times 8,95 = 223,75$

Hasilnya dibulatkan menjadi 224 cm (tiga angka penting) agar sama dengan banyak angka penting pada bilangan penting 8,95

BAB 2 VEKTOR

Tujuan Instruksional Umum :

Mahasiswa bisa Menerapkan prinsip penjumlahan vektor sebidang (misalnya perpindahan) beserta presentasi hasil dan makna fisisnya

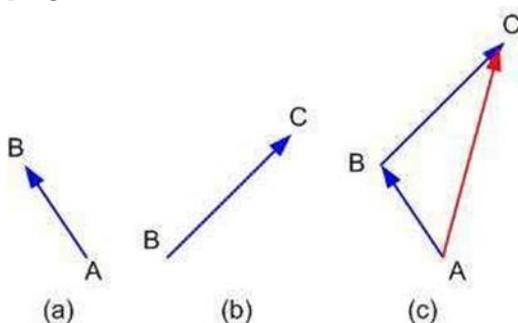
Tujuan Instruksional Khusus:

1. Mahasiswa mengidentifikasi perbedaan antara besaran pokok dan besaran turunan serta Menjelaskan perbedaan besaran vektor dan besaran skalar.
2. Mahasiswa bisa menggambar vektor secara grafis
3. Mahasiswa Menentukan resultan vektor dengan metode grafis / pendekatan geometris.
4. Mahasiswa mampu melakukan analisa penguraian vector
5. Mahaiswa mampu menerapkan prinsip penjumlahan vektor sebidang

Kata vektor berasal dari bahasa Latin yang berarti “pembawa” (carrier), yang ada hubungannya dengan “pergeseran” (displacement). Vektor biasanya digunakan untuk menggambarkan perpindahan suatu partikel atau benda yang bergerak, atau juga untuk menggambarkan suatu gaya. Vektor digambarkan dengan sebuah garis dengan anak panah di salah satu ujungnya, yang menunjukkan arah perpindahan/pergeseran dari partikel tersebut. Besaran fisika seperti kecepatan, percepatan, gaya, momentum ditentukan oleh besar dan arah. Sebagai contoh, sebuah mobil bergerak dengan kecepatan 40 km/jam ke arah utara, besaran yang demikian dinamakan besaran vektor. Besaran yang hanya di tentukan oleh besarnya dinamakan besaran scalar, misalnya :massa, temperatur, energi, volume, dan sebagainya.

A. Besaran Skalar & Besaran Vektor

Pergeseran suatu partikel adalah perubahan posisi dari partikel tersebut. Jika sebuah partikel berpindah dari posisi A ke posisi B, maka pergeserannya dapat dinyatakan dengan vektor \overrightarrow{AB} yang memiliki anak panah di B yang menunjukkan bahwa pergeseran tersebut mulai dari A ke B (Gambar 1.a). Dengan cara yang sama, perubahan posisi partikel dari posisi B ke posisi C dapat dinyatakan dengan vektor \overrightarrow{BC} (Gambar 1.b). Hasil total kedua pergeseran ini sama dengan pergeseran dari A ke C, sehingga vektor \overrightarrow{AC} disebut sebagai jumlah atau resultan dari pergeseran \overrightarrow{AB} dan \overrightarrow{BC} .

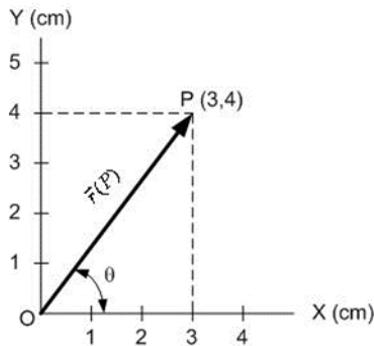


Beberapa besaran fisis lain memiliki sifat seperti "pergeseran", yaitu disamping mempunyai besar juga mempunyai arah. Jadi untuk menyatakan

besaran fisis tersebut, disamping menyatakan nilainya, kita juga harus menyatakan arahnya. Besaran fisis seperti ini dikatakan sebagai besaran vektor. Secara umum besaran vektor adalah besaran yang mempunyai besar dan arah. Contohnya : gaya, kecepatan, percepatan, momentum, impuls, momen gaya, kuat medan listrik, dan kuat medan magnet. Sedangkan besaran fisis yang tidak mempunyai arah dan dapat dinyatakan secara tepat hanya oleh sebuah bilangan, disebut sebagai besaran skalar. Contohnya : jarak, usaha, energi, daya, massa jenis, luas, volume, tekanan, temperatur, waktu, muatan listrik, potensial listrik, dan kapasitas. Perhitungan dengan skalar dapat dilakukan dengan menggunakan aturan aljabar biasa

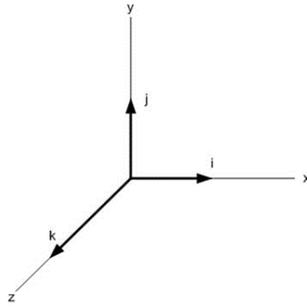
B. Vektor Posisi dan Vektor Satuan

Jika kita ingin menyatakan letak atau posisi sebuah titik dalam suatu bidang datar, maka kita membutuhkan suatu sistem koordinat (misalnya sumbu x dan sumbu y). Dengan menggunakan sistem sumbu ini, kita dapat menentukan koordinat titik P dengan titik acuan O (Gambar 2). Jika koordinat P adalah (3,4), maka jarak OP haruslah sama dengan 5 cm dan posisi titik P terhadap titik acuan O dapat dinyatakan sebagai vektor posisi yang dituliskan sebagai $\vec{r}(P)$.

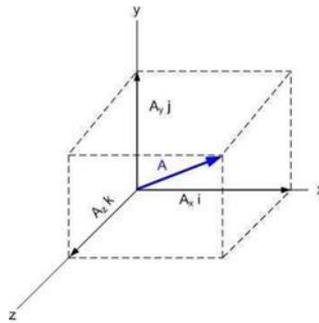


Gambar 2. Vektor Posisi

Sebuah vektor satuan adalah vektor tak berdimensi yang didefinisikan mempunyai besar 1 dan menunjuk ke suatu arah tertentu. Dalam sistem koordinat biasanya digunakan lambang khusus i , j , dan k untuk menyatakan vektor satuan dalam arah sumbu x, y, dan z positif berturut-turut (Gambar 3). Perhatikan bahwa i , j , dan k tidak harus terletak pada titik asal koordinat. Seperti halnya vektor-vektor lain, vektor satuan dapat ditranslasikan ke mana saja dalam ruang koordinat, asalkan arahnya terhadap sumbu koordinat tidak berubah.



Gambar 3. Vektor-Vektor Satuan



Gambar 4. Vektor A dalam bentuk vektor- vektor satuan A.

Vektor $A_x i$ adalah hasil kali komponen A_x dengan vektor satuan i . Vektor ini adalah vektor sejajar dengan sumbu x (Gambar 4). Sehingga vektor A dapat ditulis sebagai jumlahan tiga vektor yang masing-masing sejajar terhadap sumbu koordinat :

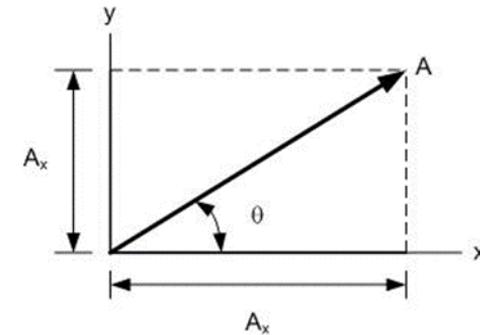
$$A = A_x i + A_y j + A_z k$$

C. Komponen Vektor

Komponen sebuah vektor adalah proyeksi vektor itu pada garis dalam ruang yang diperoleh dengan menarik garis tegak lurus dari kepala vektor tersebut ke garis tadi. Gambar 5 menunjukkan vektor A yang berada pada bidang xy . Vektor ini mempunyai komponen A_x dan A_y . Secara umum komponen-

komponen ini dapat bernilai positif atau negatif. Jika θ adalah sudut antara vektor A dengan sumbu x, maka :

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x} \quad ; \quad \sin \theta = \frac{A_y}{A} \quad ; \quad \cos \theta = \frac{A_x}{A} \quad (2)$$



Gambar 5. Komonen Vektor A

Dimana A adalah besar dari vektor A, sehingga komponen-komponen vektor A dapat diperoleh :

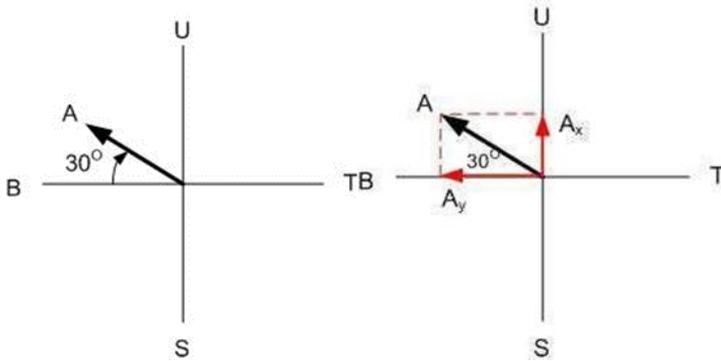
$$A_x = A \cos \theta \quad \quad \quad A_y = A \sin \theta$$

Tetapi jika kita telah mengetahui komponen A_x dan A_y , serta sudut θ , maka besar vektor A dapat diperoleh dengan menggunakan teorema Pythagoras :

$$A = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$

CONTOH 1 :

Sebuah mobil menempuh 20 km dengan arah 30^o ke utara terhadap arah barat. Dengan menganggap sumbu x menunjukkan arah timur dan sumbu y menunjukkan arah utara, carilah komponen x dan y dari vektor perpindahan mobil itu !



Pembahasan :

Jika vektor A merupakan vektor perpindahan mobil sejauh 20 km dengan arah 30° ke utara terhadap arah barat. Kemudian vektor A diproyeksikan terhadap sumbu x dan y seperti gambar disamping, sehingga diperoleh komponen vektor Ax berada pada sumbu x negatif maka komponen vektor Ax bernilai negatif, dan komponen vektor Ay berada pada sumbu y positif maka komponen vektor Ay bernilai positif.

$$A_x = -A \cos \theta = -20 \cos 30^\circ = -17,32 \text{ km}$$

$$A_y = A \sin \theta = 20 \sin 30^\circ = +10 \text{ km}$$

D. Penjumlahan Vektor

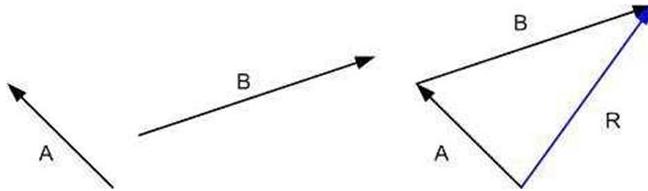
Penjumlahan vektor (vector sum) dari dua buah vektor atau lebih, biasanya dapat dilakukan jika vektor-vektor tersebut memiliki besaran yang sejenis. Berikut ini akan dijelaskan beberapa metoda penjumlahan vektor.

1. Metode Geometris

Penjumlahan vektor dengan metode ini, dilakukan dengan menyatakan vektor-vektor dalam sebuah diagram. Panjang anak panah disesuaikan dengan besar vektor (artinya harus menggunakan skala dalam penggambarannya), dan arah vektor ditunjukkan oleh arah ujungnya (kepalanya). Sebagai contoh, perpindahan sebesar 40 meter dalam arah timur-laut, bila digambarkan dalam skala 1 cm tiap 10 meter, dinyatakan dengan sebuah anak panah yang panjangnya 4

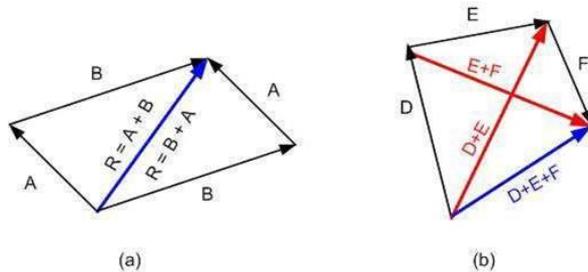
cm dan membentuk sudut 45° dengan garis yang mengarah ke timur dan ujung kepala anak panah terletak pada ujung kanan yang mengarah ke atas.

Sekarang jika terdapat dua buah vektor A dan B yang memiliki besar dan arah masing-masing seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 6, maka vektor R merupakan vektor hasil penjumlahan kedua vektor tersebut.



Gambar 6 Jumlah Vektor A dan B

Aturan yang harus diikuti dalam penjumlahan vektor secara geometris adalah sebagai berikut : Pada diagram yang telah disesuaikan skalanya, mula-mula letakkan vektor A, kemudian gambarkan vektor B dengan pangkalnya terletak pada ujung A dan akhirnya ditarik garis dari pangkal A ke ujung B yang menyatakan vektor hasil penjumlahan R. Vektor ini menyatakan pergeseran yang panjang dan arahnya setara dengan pergeseran berturutan A dan B. Cara ini dapat diperluas dalam hal yang lebih umum, untuk memperoleh jumlah beberapa pergeseran berturutan.



Gambar 7 (a) Hukum komutatif (b) Hukum asosiatif

Simbol “+” pada Gambar 7 memiliki arti yang sama sekali berbeda dengan arti penjumlahan dalam ilmu hitung atau aljabar skalar biasa. Simbol ini menghendaki sekumpulan operasi yang betul-betul berbeda. Berdasarkan Gambar 7, dapat dibuktikan dua buah sifat penting dalam penjumlahan vektor, yaitu ;

Hukum Komutatif :

$$A + B = B + A \quad (5)$$

Hukum Asosiatif :

$$D + (E + F) = (D + E) + F \quad (6)$$

Kedua hukum ini menyatakan bahwa bagaimanapun urutan ataupun pengelompokkan vektor dalam enjumlahan, hasilnya tidak akan berbeda. Dalam hal ini penjumlahan vektor dan penjumlahan skalar memenuhi aturan yang sama.

2. Metode Jajaran Genjang

Penjumlahan dua buah vektor dengan menggunakan metoda jajaran genjang, dilakukan dengan cara menggambarkan kedua vektor tersebut saling berhimpit pangkalnya sebagai dua sisi yang berdekatan dari sebuah jajaran genjang. Maka jumlah vektor adalah vektor diagonal yang pangkalnya sama dengan pangkal kedua vektor penyusunnya (Gambar 8). Nilai penjumlahannya diperoleh sebagai berikut :

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

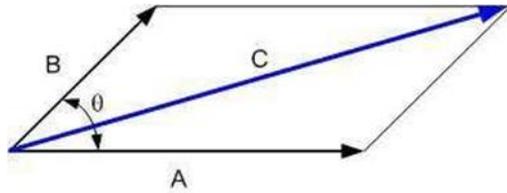
Dimana :

A = besar vektor pertama yang akan dijumlahkan

B = besar vektor kedua yang akan dijumlahkan

C = besar vektor hasil penjumlahan

θ = sudut terkecil antara vektor A dan B



Gambar 8. Metode Jajaran Genjang

3. Metode Analitik (Dua Dimensi)

Penjumlahan dua vektor dalam-dua dimensi, metoda geometris dan metoda jajaran genjang cukup memadai. Tetapi untuk kasus penjumlahan tiga vektor ataupun penjumlahan vektor dalam tiga dimensi seringkali kurang menguntungkan. Cara lain yang dapat digunakan untuk menjumlahkan vektor adalah metoda analitik. Dengan metoda ini, vektor-vektor yang akan dijumlahkan, masing-masing diuraikan dalam komponen-komponen vektor arahnya (lihat kembali "Komponen Vektor"). Jika R merupakan besar vektor resultan, maka besarnya adalah :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Dimana :

R = besar vektor resultan

R_x = jumlah total vektor dalam arah sumbu x

R_y = jumlah total vektor dalam arah sumbu y

Dengan arah :

$$\theta = \tan^{-1} R_y$$

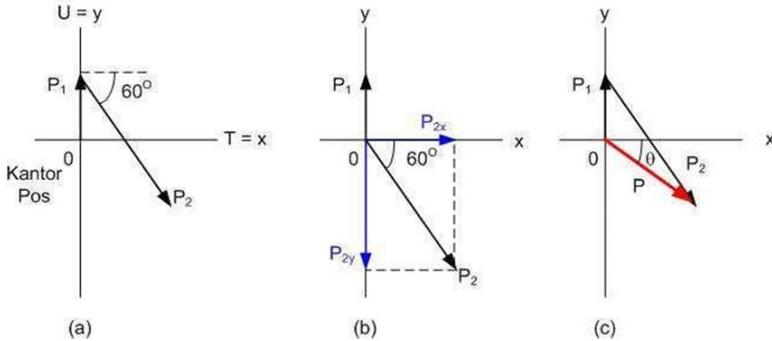
Dimana θ adalah sudut yang dibentuk antara sumbu x dengan vektor resultan.

CONTOH 2 :

Seorang tukang Pos pedesaan meninggalkan kantor pos dan berkendara sejauh 22 km ke arah utara ke kota berikutnya. Ia kemudian meneruskan dengan arah 60° ke

selatan dari arah timur sepanjang 47 km ke kota lainnya. Berapakah perpindahannya dari kantor pos ?

Pembahasan :



Jika P_1 adalah vektor perpindahan pertama dari tukang pos dan P_2 adalah vektor perpindahan kedua dari tukang pos, maka komponen-komponen kedua vektor tersebut pada sumbu x dan y adalah :

$$P_{1x} = 0$$

$$P_{1y} = 22 \text{ km}$$

$$P_{2x} = + P \cos \theta = + (47 \text{ km}) (\cos 60^\circ) = + 23,5 \text{ km}$$

$$P_{2y} = - P \sin \theta = - (47 \text{ km}) (\sin 60^\circ) = - 40,7 \text{ km}$$

Perhatikan bahwa P_{2y} negatif karena komponen vektor ini menunjuk sepanjang sumbu y negatif. Vektor resultan P , mempunyai komponen-komponen :

$$P_x = P_{1x} + P_{2x} = 0 \text{ km} + 23,5 \text{ km} = + 23,5 \text{ km}$$

$$P_y = P_{1y} + P_{2y} = 22 \text{ km} + (-40,7 \text{ km}) = - 18,7 \text{ km}$$

Maka vektor resultannya :

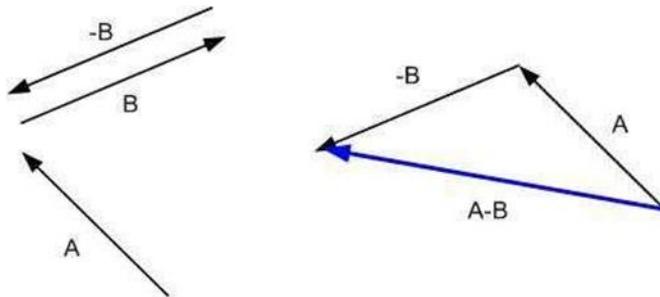
$$\begin{aligned} P &= \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{(23,5 \text{ km})^2 + (-18,7 \text{ km})^2} \\ &= 30 \text{ km} \end{aligned}$$

Tanda negatif berarti $\theta = 38,51^\circ$ berada di bawah sumbu x.

E. Selisih Vektor

Operasi pengurangan vektor dapat dimasukkan ke dalam aljabar dengan mendefinisikan negatif suatu vektor sebagai sebuah vektor lain yang besarnya sama, tetapi arahnya berlawanan, sehingga :

$$A - B = A + (-B)$$



Gambar 9. Selisih Vektor

F. Penjumlahan dan Selisih Vektor Tiga Dimensi

Jika terdapat dua buah vektor tiga dimensi, yaitu vektor A dan B. Maka keduanya dapat dituliskan dalam komponen dan vektor satuan sebagai berikut :

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k} \quad ,$$

dan

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

Misalkan R adalah jumlah atau selisih dari dua buah vektor A dan B, maka :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{A} + \mathbf{B} \\ &= (A_x + B_x) \mathbf{i} + (A_y + B_y) \mathbf{j} + (A_z + B_z) \mathbf{k} \\ &= R_x \mathbf{i} + R_y \mathbf{j} + R_z \mathbf{k} \end{aligned}$$

Dan selisih kedua vektor tersebut adalah :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{A} - \mathbf{B} \\ &= (A_x - B_x) \mathbf{i} + (A_y - B_y) \mathbf{j} + (A_z - B_z) \mathbf{k} \\ &= R_x \mathbf{i} + R_y \mathbf{j} + R_z \mathbf{k} \end{aligned}$$

CONTOH 3 :

Jika diketahui :

$$A = 7i - 6j$$

$$B = -3i + 12j$$

Berapakah $A + B$ dan $A - B$?

Pembahasan :

$$\begin{aligned} \text{Maka, } A + B &= (7i - 6j) + (-3i + 12j) \\ &= (7 + (-3))i + ((-6) + 12)j \\ &= 4i + 6j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dan, } A - B &= (7i - 6j) - (-3i + 12j) \\ &= -(-3)i + ((-6) - 12)j \\ &= -18j \end{aligned}$$

G. Perkalian Vektor

Seperti halnya skalar, vektor dengan macam yang berlainan dapat dikalikan satu dengan yang lainnya, sehingga menghasilkan besaran fisis baru dengan dimensi yang baru. Aturan perkalian vektor tidaklah sama dengan perkalian skalar, karena vektor memiliki besar dan arah. Ada tiga macam operasi perkalian dengan vektor, yaitu :

1. Perkalian Vektor dengan Skalar

Perkalian antara vektor dan skalar adalah hasil kali suatu skalar k dengan sebuah vektor A , sehingga dapat dituliskan kA dan didefinisikan sebagai sebuah vektor baru yang besarnya adalah besar k dikalikan dengan besar A . Arah vektor yang baru ini sama dengan arah vektor A jika k positif dan berlawanan arah dengan vektor A jika k negatif.

2. Perkalian Titik (Dot Product)

Perkalian titik diantara dua vektor A dan B dapat ditulis $A \cdot B$. Perkalian skalar dua vektor dapat diandang sebagai perkalian antara besar salah satu vektor dengan komponen vektor lain dalam arah vektor yang pertama tadi. Maka pada perkalian vektor ini ada ketentuan, yaitu :

- Perkalian komponen vektor yang sejenis (searah) akan menghasilkan nilai 1, seperti : $i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$

- b. Perkalian komponen vektor yang tidak sejenis (saling tegak lurus) akan menghasilkan nilai 0, seperti : $i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0$

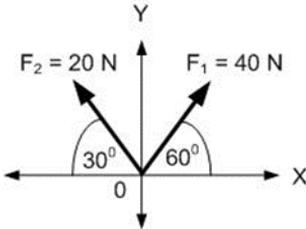
3. Perkalian Silang (Cross Product)

Perkalian silang diantara dua vektor A dan B dapat ditulis $A \times B$ dan hasilnya adalah sebuah vektor lain C. Arah dari C sebagai hasil perkalian vektor A dan B didefinisikan tegak lurus pada bidang yang dibentuk oleh A dan B. Pada perkalian vektor ini ada ketentuan sebagai berikut :

$$\begin{array}{lll} i \times i = 0 & i \times j = k & j \times i = -k \\ j \times j = 0 & j \times k = i & k \times j = -i \\ k \times k = 0 & k \times i = j & i \times k = -j \end{array}$$

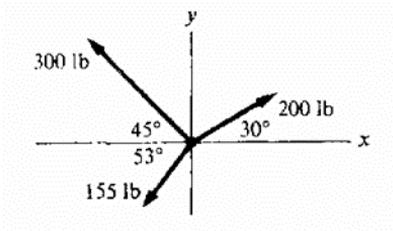
Soal :

1. Dua buah vektor gaya F_1 dan F_2 bertitik tangkap di O seperti gambar disamping. Berapakah resultas vektor-vektor tersebut ?

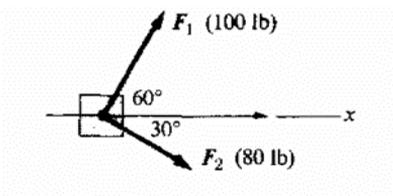


2. Pada suatu benda bekerja dua gaya : 100 N pada 1700 dan 100 N pada 500. Tentukan resultannya.
3. Serangga berturut-turut bergerak 8 cm ke arah Timur, 5 cm ke arah Selatan, 3 cm ke arah Barat, dan 4 cm ke arah Utara.
- Berapa jauhkah dalam arah Utara dan Timur serangga itu telah bergerak dihitung dari titik awal gerakannya ?
 - Tentukan vektor perpindahan serangga itu secara grafik dan secara aljabar !
4. Jika diketahui $A = 7i - 6j$, $B = -3i + 12j$, dan $C = 4i - 4j$ Berapakah
- $A + B + C$
- $A - B$
- $A - C$

5. Dua buah gaya bekerja pada sebuah partikel yang dinyatakan sebagai berikut : $F_1 = 15i - 16j + 27k$ Newton dan $F_2 = 23j - 40k$ Newton. Berapakah besarnya resultannya ?
6. Tentukanlah besar dan arah resultan dari tiga gaya dalam gambar di samping !

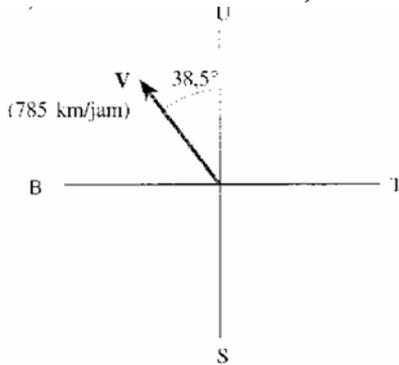


7. Dua orang dewasa dan seorang anak hendak mendorong sebuah kotak ke arah yang bertanda X pada gambar di samping. Kedua orang dewasa itu mendorong dengan gaya F_1 dan F_2 , yang besar serta arahnya diperlihatkan oleh gambar. Tentukanlah besar dan arah gaya terkecil yang harus dilakukan oleh anak tadi !

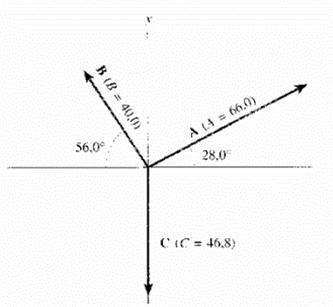


8. Sebuah mobil dikendarai 125 km ke arah Barat dan kemudian 65 km ke arah Barat Daya. Berapa perpindahan mobil tersebut dari titik asalnya (besar dan arah) ? Gambarkan diagramnya !
9. V adalah vektor dengan besar 24,3 satuan dan menunjuk ke sudut 54,80 di atas sumbu x .
 - a. Gambarkan vektor ini
 - b. Cari V_x dan V_y
 - c. Gunakan V_x dan V_y untuk mendapatkan besar dan arah resultannya.
10. Sebuah pesawat udara berjalan dengan laju 785 km/jam dengan 38,50 ke Barat dari arah Utara (Lihat gambar disamping)
 - a. Carilah komponen vektor kecepatan pada arah Utara dan Barat

- b. Seberapa jauh jarak ke Utara dan ke Barat ditempuh oleh pesawat tersebut setelah 3 jam ?



11. Carilah besar dan arah vektor-vektor berikut :
- $A = 5i + 3j$
 - $B = 10i - 7j$
 - $C = -2i - 3j + 4k$
12. Carilah besar dan arah A, B, dan $A + B$, untuk :
- $A = -4i - 7j$ dan $B = 3i - 2j$
 - $A = 1i - 4j$ dan $B = 2i + 6j$
13. Dua buah vektor diberikan sebagai $A = 4i - 3j + k$ dan $B = -i + j + 4k$. Tentukan :
- $A + B$
 - $A - B$
 - Vektor C agar $A - B + C = 0$
14. Diberikan tiga buah vektor : $A = 3i + 3j - 2k$, $B = -i - 4j + 2k$, dan $C = 2i + 2j + k$. Hitunglah :
- $A \cdot (B \times C)$
 - $A \cdot (B + C)$
 - $A \times (B + C)$
15. Sebuah mobil bergerak 50 km ke Timur, kemudian 30 km ke Utara dan akhirnya 25 km dalam arah 300 ke Timur dari Utara. Gambarlah diagram vektornya dan tentukan pergeseran total monil tersebut diukur dari titik aralnya.
16. Tiga vektor ditunjukkan gambar di samping. Besarnya diberikan dengan sembarang satuan. Tentukan jumlah ketiga vektor itu. Nyatakan resultan dalam :



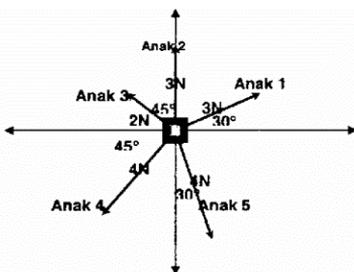
- a. Komponen
- b. Besar dan sudut terhadap sumbu x

17. Dua buah vektor A dan B memiliki komponen, $A_x = 3,2$; $A_y = 1,6$; $B_x = 0,5$; $B_y = 4,5$ dalam satuan sembarang.

- a. Tentukan sudut antara a dan b
- b. Tentukanlah komponen vektor C yang tegak lurus A, terletak dalam bidang XY dan besarnya 5 satuan.

18. Dua gaya masing-masing sebesar 100 N dan 80 N membentuk sudut 60° menarik sebuah objek, hitunglah gaya resultan (baik besar dan arahnya) !

19. Lima orang anak masing-masing menarik sebuah objek dengan menggunakan seutas tali dengan arah yang berbeda. Jika digambarkan pada suatu bidang XY seperti gambar di samping. Ke manakah objek tersebut akan bergerak dan berapa besar gaya yang menggerakkannya ?



20. Sebuah pesawat terbang ringan dengan kecepatan 600 km/jam bergerak ke arah Barat, sementara angin bergerak ke arah Utara dengan kecepatan 100 km/jam. Kemanakah pesawat akan bergerak karena tiupan angin ini ?

BAB 3 KINEMATIKA

Tujuan Instruksional Umum :

Setelah mempelajari bab ini diharapkan mahasiswa mempunyai pemahaman dan dapat menerapkan konsep kinematika dalam bidang keteknikan.

Tujuan Instruksional Khusus:

1. Menyebutkan definisi perpindahan, kecepatan, dan percepatan.
2. Menghitung dan membedakan antara perpindahan dan jarak tempuh.
3. Menyebutkan perbedaan antara kecepatan dan kelajuan.
4. Menghitung kecepatan sesaat dari sebuah grafik posisi terhadap waktu.
5. Menuliskan persamaan-persamaan perpindahan, kecepatan, percepatan, dan menggunakan persamaan tersebut untuk mengerjakan soal praktis

Jika kita ingin menyelidiki dan menyatakan gerak benda tanpa memandang penyebabnya, maka kita berhadapan dengan bagian mekanika yang disebut dengan kinematika. Dalam kinematika kita membahas gerak sebuah benda yang dapat berotasi (seperti bola baseball yang dapat berputar dalam geraknya menempuh suatu lintasan tertentu), atau kemungkinan suatu benda bergetar selama geraknya (seperti tetesan air yang jatuh). Masalah-masalah tersebut dapat dihindari jika yang dibahas adalah gerak benda ideal yang disebut dengan partikel. Secara matematis sebuah partikel diperlakukan sebagai titik, yaitu benda tanpa ukuran, sehingga rotasi dan getaran tidak perlu diperhitungkan dahulu.

Meskipun pada kenyataannya tidak ada benda tanpa ukuran di alam ini, tetapi pengertian “partikel” ini sangat bermanfaat karena benda nyata secara pendekatan sering bersifat seperti partikel. Benda tidak harus “kecil” dalam pengertian biasa agar dapat disebut partikel. Misalnya saja jika kita perhatikan sebuah

bola yang kita lemparkan, maka tampak bahwa disamping berpindah dari satu tempat ke tempat lain, bola tersebut juga berputar. Gerak yang berhubungan dengan perpindahan seluruh bagian dari bola dari satu tempat ke tempat lain disebut dengan "translasi". Dalam gerak rotasi ada bagian yang tidak berpindah tempat, yaitu pada sumbu putar. Biasanya gerak suatu benda dapat dianggap sebagai campuran antaran gerak translasi dan gerak rotasi. Jika bola tadi dianggap sebagai partikel sehingga dianggap mempunyai ukuran jauh lebih kecil dari lintasan translasi, maka kita dapat mengabaikan gerak rotasi sehingga kita cukup membahas gerak translasi.

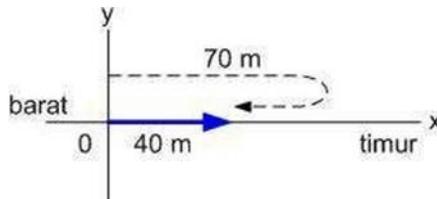
Kinematika adalah ilmu yang mempelajari tentang permasalahan-permasalahan yang berkaitan dengan gerak tanpa meninjau penyebab gerak tersebut. Misalnya gerak sebuah pesawat, mobil, atau gerak benda lainnya. Pembahasan gerak selalu terkait dengan pengertian jarak, perpindahan, kelajuan, kecepatan, percepatan, jenis-jenis gerak, dan grafik hubungan gerak. Sedangkan ilmu yang mempelajari tentang gerak yang dikaitkandengan penyebab geraknya disebut dinamika

A. Gerak Partikel

Gerak dapat didefinisikan sebagai perubahan letak suatu partikel yang terus-menerus pada suatu lintasan tertentu. Letak sebuah partikel dengan mudah dapat ditentukan berdasarkan proyeksinya pada ketiga sumbu suatu sistem koordinat tegak lurus. Apabila partikel itu bergerak dalam ruang menurutkan sembarang lintasan, maka proyeksinya bergerak dalam garis lurus sepanjang ketiga sumbu tersebut. Gerak yang sesungguhnya dapat di gambarkan berdasarkan gerak ketiga proyeksi ini.

Pada gerak satu dimensi, biasanya kita menggunakan sumbu x sebagai garis lintasan dimana gerak tersebut terjadi. Maka perubahan letak (posisi) partikel/benda pada setiap saatnya dinyatakan dengan koordinat x .

Perpindahan didefinisikan sebagai perubahan letak/posisi partikel/benda. Maka perpindahan adalah seberapa jauh jarak benda tersebut dari titik awalnya. Misalnya saja seseorang berjalan sejauh 70 m ke arah timur lalu kemudian berbalik (ke arah barat) dan berjalan menempuh jarak 30 m (Gambar 1). Maka jarak total yang ditempuh orang tersebut adalah 100 m, tetapi perpindahannya hanya 40 m karena orang tersebut pada saat terakhir berjarak 40 m dari titik awal pergerakannya.



Gambar 1. Perpindahan

Perpindahan merupakan besaran vektor yang bisa bernilai positif ataupun negatif sesuai dengan arah yang ditunjukkannya. Misalnya saja gerak sebuah benda selama selang waktu tertentu. Pada saat awal (t_1) benda berada pada sumbu x di titik x_1 dan beberapa waktu kemudian, pada waktu t_2 benda berada pada titik x_2 (Gambar 2.a).

Maka perpindahan benda tersebut adalah :

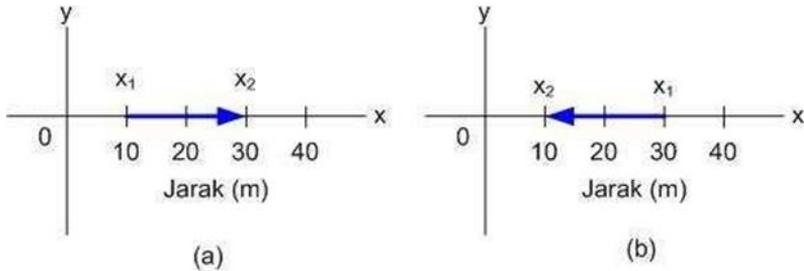
$$\Delta x = x_2 - x_1 = 30\text{m} - 10\text{m} = 20\text{m}$$

Dimana Δx

merupakan perpindahan pada x yang sama dengan posisi akhir benda dikurangi dengan posisi awal benda. Sedangkan pada kondisi yang berbeda (Gambar 2b), sebuah benda bergerak ke kiri. Dimana benda mula-mula berada pada posisi x_1 lalu bergerak ke kiri dan berhenti pada posisi x_2 . Maka perpindahannya adalah :

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10\text{m} - 30\text{m} = -20\text{m}$$

Dalam hal ini perpindahan yang diperoleh bernilai negatif, karena vektor perpindahan menunjukkan ke arah kiri.



Gambar 2. (a) Vektor Perpindahan ke Kanan. (b) Vektor Perpindahan ke Kiri

B. Kecepatan Rata-Rata dan Kecepatan Sesaat

Kecepatan rata-rata (v) didefinisikan sebagai perbandingan perpindahan benda dengan selang waktu. Kecepatan rata-rata adalah besaran vektor dengan arahnya sama dengan arah vektor perpindahannya. Kecepatan rata-rata dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$v \rightarrow = \Delta x / \Delta t = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)$$

Dimana :

Δx = perpindahan

Δt = selang waktu atau waktu tempuh yang diperlukan

Jika $x_2 < x_1$ rata-rata akan bernilai positif untuk benda yang bergerak ke kanan sepanjang sumbu x dan negatif jika benda tersebut bergerak ke kiri. Arah kecepatan selalu sama dengan arah perpindahan.

Kecepatan suatu benda ada suatu saat atau pada satu titik di lintasannya disebut kecepatan sesaat (v). Atau kecepatan sesaat dapat didefinisikan pula sebagai kecepatan rata-rata pada limit Δt yang menjadi sangat kecil, mendekati nol. Dengan demikian kecepatan sesaat dapat dituliskan sebagai berikut :

$$v = \Delta x / \Delta t = dx / dt$$

Dalam hitung analisis harga limit $\Delta x / \Delta t$, dengan mendekatnya Δt pada harga nol ditulis dx / dt dan disebut turunan atau derivat x terhadap t . kecepatan sesaat adalah besaran vektor, arahnya sama dengan arah limit vektor perpindahan Δx . Karena Δt seharusnya positif, maka tanda v sama dengan tanda Δx . Jadi kecepatan positif menunjukkan Gerakan ke kanan sepanjang sumbu x

CONTOH 1 :

Posisi seorang pelari sebagai fungsi waktu digambarkan sepanjang sumbu x dari suatu sistem koordinat, selama selang waktu $3s$, posisi pelari berubah dari $x_1 = 50m$ menjadi $x_2 = 30,5 m$ jika diukur dari pusat koordinat. Berapakah kecepatan rata-rata pelari tersebut ?

Pembahasan :

Kecepatan rata-rata pelari tersebut adalah

$$-v = \Delta x / \Delta t = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) = (30,5m - 50) / 3s = -19,50m / 3s = -6,5 m/s$$

Perpindahan dan kecepatan rata-rata bertanda negatif, berarti bahwa pelari tersebut bergerak ke arah kiri sepanjang sumbu x . Maka dapat dikatakan bahwa kecepatan rata-rata pelari tersebut adalah $6,5 m/s$ ke kiri.

CONTOH 2 :

Jika diketahui persamaan gerak partikel : $x = 20 - t^3$ (dalam satuan cgs) Tentukan :

1. Pergeseran dari partikel tersebut dalam selang waktu $t = 1$ s dan $t = 3$ s
2. Kecepatan saat $t = 3$ s
3. Buat grafik $x-t$ dan $v-t$ untuk $t = 0$ sampai dengan $t = 3$ s.

Pembahasan :

Pada saat $t = 1$ s, maka $x_1 = 20 - t_1^3 = 20 - (1)^3 = 19$ cm

Pada saat $t = 2$ s, maka $x_2 = 20 - t_2^3 = 20 - (3)^3 = -7$ cm

Maka pergeseran/ perpindahan artikel tersebut adalah :

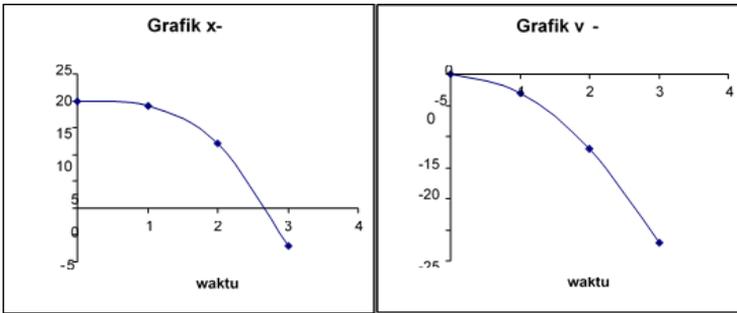
$\Delta x = x_2 - x_1 = -7 - 19 = -26$ cm (ke kiri pada sumbu x / ke arah sumbu negatif)

Maka kecepatan pada saat $t = 3$ s adalah : $v(t=3) = -3t^2 = -3(3)^2 = -27$ cm/s

- a. Untuk membuat grafik $x-t$ diperlukan persamaan $x = 20 - t^3$
 Untuk membuat grafik $v-t$ diperlukan persamaan $v = -3t^2$
 Kemudian hitung untuk masing-masing persamaan di atas pada saat $t = 0$ sampai $t = 3$ s, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

t	x	v
0	20	0
1	19	-3
2	12	-12
3	-7	-27

Ternyata dari hasil perhitungan diperoleh bahwa pada saat $t = 0$ diperoleh $x = 20$ cm dan $v = 0$. Lalu plotkan semua data pada tabel di atas pada sebuah grafik koordinat xy dimana sumbu x sebagai waktu (t) dan sumbu y sebagai jarak (x) pada grafik $x-t$ sedangkan sebagai kecepatan sesaat (v) pada grafik $v-t$.



C. Percepatan Rata-Rata dan Percepatan Sesaat

Apabila kecepatan suatu benda berubah terus selama gerak belangsung, maka benda tersebut dikatakan bergerak dengan gerak yang dipercepat atau mempunyai percepatan. Jadi percepatan menyatakan seberapa cepat kecepatan sebuah benda berubah. Percepatan rata-rata didefinisikan sebagai perbandingan antara perubahan percepatan dengan selang waktu, atau dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$\underline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Dimana :

Δv = Perubahan kecepatan

Δt = Selang waktu

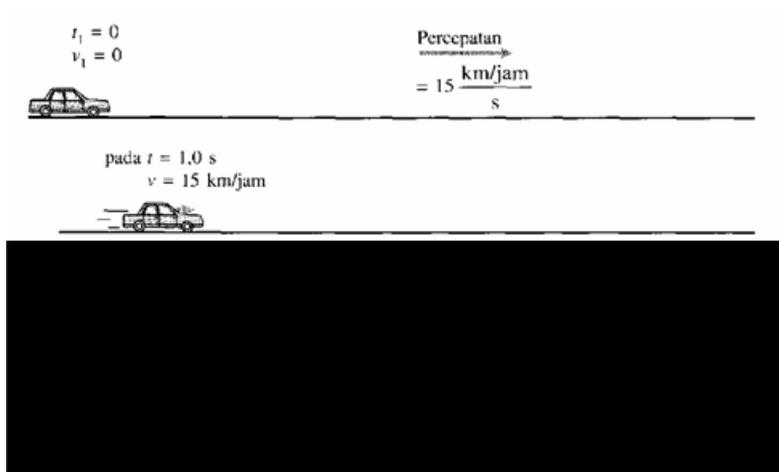
Percepatan sesaat suatu benda, yaitu percepatannya pada saat tertentu atau pada suatu titik tertentu lintasannya didefinisikan seperti cara mendefinisikan kecepatan sesaat.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Arah percepatan sesaat ialah arah limit dari vektor perubahan kecepatan yaitu Δv

CONTOH 3 :

Sebuah mobil mengalami percepatan sepanjang jalan yang lurus dari keadaan diam sampai 75 km/jam dalam waktu 5s. Berapakah besar percepatan rata-ratanya ?



Pembahasan :

Mobil tersebut mulai dari keadaan diam, berarti $v_1 = 0$.
Kecepatan akhir mobil adalah

$$\begin{aligned} v_2 &= 75 \frac{\text{km}}{\text{jam}} \\ &= (75 \text{ km/jam}) \left(\frac{1000\text{m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ jam}}{3600\text{s}} \right) \\ &= 21 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Maka percepatan rata-ratanya adalah :

$$\underline{a} = \frac{\frac{21\text{m}}{\text{s}} - 0 \text{ m/s}}{5\text{s}} = 4,2 \text{ m/s}^2$$

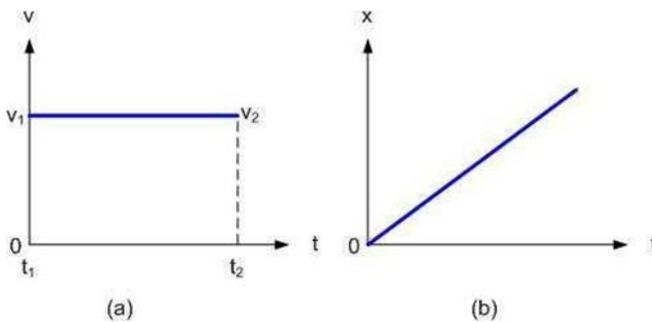
D. Gerak Lurus Beraturan

Gerak Lurus Beraturan (GLB) adalah gerak suatu benda yang lintasannya lurus dengan kecepatan tetap, maka percepatannya sama dengan nol. Sehingga persamaan geraknya adalah : $x = vt$

Sehingga jika gambar grafik v-t dan x-t dapat dilihat pada Gambar 3. Karena v konstan maka $v_1 = v_2$ yang artinya

$$x_1 = x_2 .$$

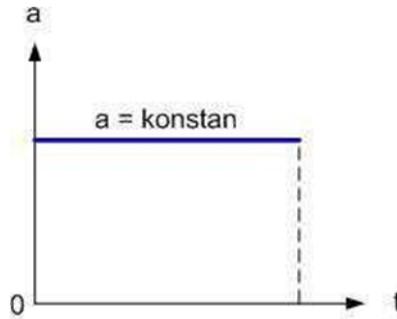
$$t_1 \quad t_2$$



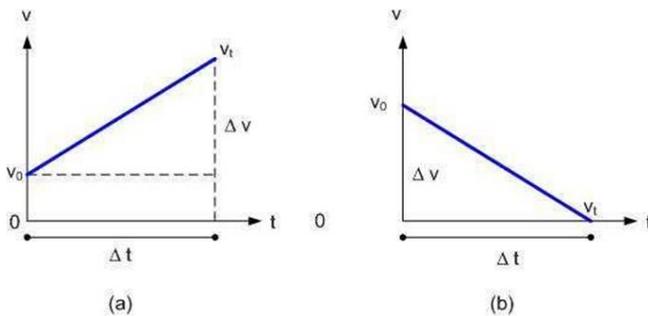
Gambar 3. (a) Grafik v-t pada GLB (b) Grafik x-t pada GLB

E. Gerak Lurus Berubah Beraturan

Gerak Lurus Berubah Beraturan (GLBB) merupakan gerak lurus dengan percepatan konstan (Gambar 4), yaitu dimana kecepatan berubah teratur selama gerak berlangsung. Grafik v-t pada Gambar 5.a membentuk garis lurus yang berarti besar pertambahan kecepatan rata-rata sama besar dalam selang waktu yang sama besar pula. Sedangkan Gambar 5.b menggambarkan kebalikannya, yaitu pengurangan kecepatan rata-rata sama besar dalam selang waktu yang sama besar pula.



Gambar 4. Grafik a-t pada GLBB



Gambar 5. Grafik v-t pada GLBB

Kemiringan tali busur antara sembarang dua titik pada gambar 5, sama dengan miring disembarang titik dan percepatan rata-rata sama besar dengan percepatan sesaat. Jika misalkan $t_1 = t_0 = 0$ dan $t_2 = t_t =$ sembarang waktu t . Dan $v_1 = v_0$ merupakan kecepatan pada saat $t = 0$ (dimana v_0 disebut dengan kecepatan awal) dan $v_2 = v_t$ adalah kecepatan pada waktu t . Maka persamaan (3) percepatan rata-rata (a) dapat diganti dengan percepatan konstan a , yaitu :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{v_t - v_0}{t - 0} = \frac{v_t - v_0}{t} = \text{konstan}$$

Sehingga persamaan di atas dapat dinyatakan sebagai :

$$v_t = v_0 + at$$

Atau

$$t = \frac{v_t - v_0}{a}$$

Persamaan (6) berarti bahwa percepatan a ialah perubahan kecepatan rata-rata atau perubahan kecepatan per satuan waktu. Dimana variabel at merupakan hasil kali perubahan kecepatan per satuan waktu (a) dengan lamanya selang waktu (t). Maka at sama dengan total perubahan kecepatan.

Jika $a =$ konstan, maka untuk menentukan perpindahan sebuah partikel dapat dipergunakan fakta bahwa bila percepatan konstan maka kecepatan rata-rata dalam sembarang selang waktu sama dengan setengah dari jumlah kecepatan awal dan kecepatan akhir partikel tersebut pada selang waktu itu. Sehingga kecepatan rata-rata antara nol dan t adalah :

$$\underline{v} = \frac{v_0 + v_t}{2}$$

Type equation here.

Berdasarkan persamaan (6) di atas, maka persamaan (8) menjadi :

$$\underline{v} = \frac{1}{2} (v_0 + v_0 + at) = v_0 + \frac{1}{2}at$$

Jika untuk sebuah partikel yang berada di titik pangkal pada saat $t = 0$, maka koordinat x pada sembarang waktu t ialah

$$x = \underline{v}t$$

Dimana v merupakan kecepatan rata-rata, maka persamaan diatas akan menjadi :

$$x = \left(v_0 + \frac{1}{2}at \right)t = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

Atau

$$x = \frac{1}{2}(v_0 + v_t)t = \frac{1}{2}t(v_0 + v_1)$$

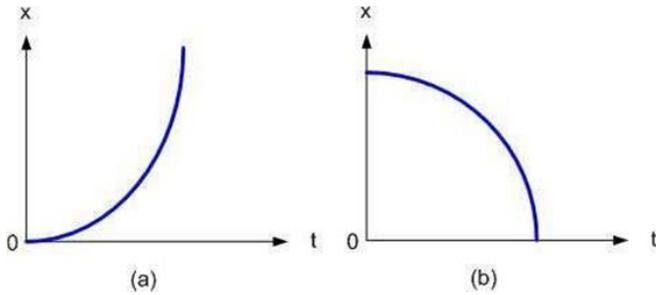
Berdasarkan persamaan (7) dan persamaan (12), diperoleh :

$$x = \frac{1}{2}t(v_0 + v_t) = \frac{1}{2}\left(\frac{v_t - v_0}{a}\right)(v_0 + v_t) = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a}$$

Sehingga dari persamaan di atas diperoleh bahwa :

$$v_t^2 = v_0^2 + 2ax$$

Persamaan-persamaan di atas ialah persamaan gerak dengan percepatan konstan, khusus untuk kasus dimana partikel berada di titik pangkal pada saat $t = 0$. Jika digambarkan grafik x - t untuk gerak percepatan konstan (Gambar 6), maka garis lengkung itu merupakan grafik dari persamaan (11). Gambar 6 (a) untuk GLBB dipercepat sedangkan Gambar 6(b) untuk GLBB diperlambat. Pada kasus GLBB yang diperlambat, arah kemiringan bernilai negatif sehingga kurva menurun menurut waktu. Pada umumnya untuk kasus GLBB diperlambat akan mempunyai nilai percepatan yang negatif yaitu berarti diperlambat. Sehingga persamaan (6), (9), (11), (12), dan (13) memiliki variabel $-a$ (diperlambat).



Gambar 6. Grafik x-t pada GLBB

CONTOH 4 :

Berapakah selang waktu yang dibutuhkan sebuah mobil untuk menyebrangi persimpangan selebar 30 m setelah lampu lalu lintas berubah menjadi hijau, jika percepatannya dari keadaan diam adalah 2 m/s² secara konstan ?

Pembahasan :

Jika diketahui bahwa jarak perpindahan mobil tersebut adalah (x) 30 m dengan percepatan

(a) konstan sama dengan 2 m/s². Dimana mobil tersebut pada awalnya adalah diam sehingga $v_0 = 0$, maka

$$\begin{aligned}
 x &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\
 30\text{m} &= (0)t + \frac{1}{2} (2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) t^2 \\
 30\text{m} &= t^2 \\
 t &= \sqrt{30\text{m}} \\
 &= 5,48\text{s}
 \end{aligned}$$

Jadi waktu yang dibutuhkan mobil tersebut untuk menyebrangi persimpangan tersebut adalah 5,48s.

CONTOH 5:

Kereta api bergerak pada rel lurus dengan kecepatan 40 m/s dapat direm hingga berhenti dalam waktu 60 detik.

Berapakah jarak yang ditempuh kereta api saat mulai direm hingga berhenti sama sekali ?

Pembahasan :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{0 - 40 \text{ m/s}}{60 \text{ s}} = -0,667 \text{ m/s}^2$$

Tanda negatif pada hasil di atas berarti bahwa kereta api tersebut diperlambat. Kemudian dapat diperoleh jarak tempuh kereta api saat mulai direm hingga berhenti adalah :

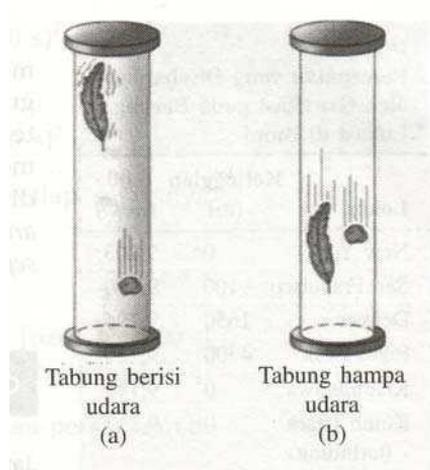
$$\begin{aligned} x &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= (40)(60) + \frac{1}{2}(-0,667)(60)^2 \\ &= 1200 \text{ m} \end{aligned}$$

Jadi jarak yang ditempuh kereta api tersebut adalah 1200 m.

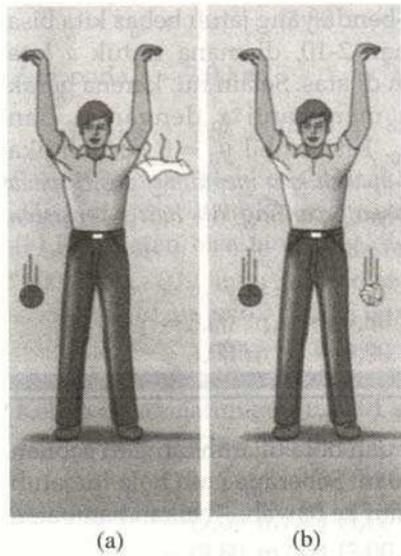
F. Gerak Jatuh Bebas

Salah satu contoh gerak yang dipercepat ialah jatuhnya suatu benda. Bila gesekan udara tidak ada, maka setiap benda bagaimanapun ukuran dan beratnya, akan jatuh dengan percepatan konstan yang sama. Efek gesekan udara dan berkurangnya percepatan akibat tinggi letak benda tersebut diabaikan. Gerak yang ideal tersebut disebut "jatuh bebas", dimana selanjutnya pengertian jatuh bebas juga berlaku bagi gerak vertikal ke bawah dan gerak vertikal ke atas.

Menurut Galileo, semua benda akan bergerak jatuh dengan percepatan konstan yang sama jika tidak ada udara atau hambatan lainnya. Misalnya saja percobaan batu dan bulu yang dijatuhkan dalam tabung berisi udara dan tabung yang hampa udara (Gambar 7). Maka pada tabung berisi udara, batu akan sampai lebih dulu di dasar tabung. Sedangkan pada tabung hampa udara, kedua benda tersebut sampai di permukaan tabung pada waktu yang hampir bersamaan.



Gambar 7 Sebuah batu & bulu dijatuhkan secara bersamaan

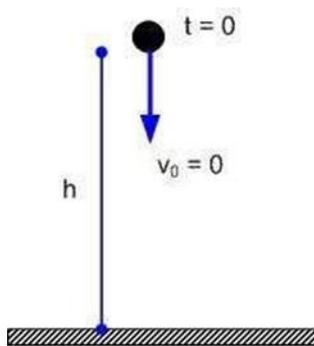


Gambar 8

- (a) Sebuah bola dan selembar kertas yang ringan dijatuhkan pada saat yang sama.
- (b) Percobaan yang sama diulangi tetapi dengan kertas yang berbentuk gumpalan.

Jadi menurut Galileo semua benda, berat atau ringan, jatuh dengan percepatan yang sama, paling tidak jika tidak ada udara. Jika kita memegang selembar kertas secara horizontal pada satu tangan dan sebuah benda lain yang lebih berat di tangan yang lain, maka benda yang lebih berat akan lebih dulu mencapai tanah (Gambar 8.a). Tetapi jika percobaan tadi diulang dengan membentuk kertas menjadi gumpalan kecil (Gambar 8.b), maka kedua benda tersebut akan mencapai tanah pada saat yang hampir sama. Udara berperan penting sebagai hambatan untuk benda-benda yang sangat ringan yang memiliki permukaan yang luas. Akan tetapi dalam banyak kondisi umumnya hambatan udara ini diabaikan.

Benda jatuh bebas memiliki percepatan yang disebabkan oleh gaya berat dan diberi simbol g , yang besarnya kira-kira 32 ft/s^2 , atau $9,8 \text{ m/s}^2$, atau 980 cm/s^2 . Sehingga dalam membahas kasus-kasus benda jatuh bebas kita bisa menggunakan persamaan-persamaan GLBB dengan menggunakan nilai g sebagai a . Selain itu karena benda jatuh bebas memiliki kecepatan awal nol, maka variabel v_0 dapat diabaikan. Begitu pula dengan istilah x untuk jarak akan diganti dengan h karena gerak jatuh bebas bergerak searah sumbu y .



Gambar 9. Gerak Jatuh Bebas

Berikut ini adalah beberapa persamaan GLBB yang telah disesuaikan dengan kasus gerak jatuh bebas :

$$v_t = gt$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_t^2 = 2gh$$

Dari persamaan (15) diperoleh persamaan :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

CONTOH 6 :

Sebuah bola dilepaskan dari ketinggian 70 m. Tentukanlah posisi dan kecepatan bola tersebut setelah 1s, 2s, dan 3s !

Pembahasan :

Jika diketahui bahwa $g = +9,8 \text{ m/s}^2$ (arah ke bawah positif karena searah dengan arah gerak bola) dan $v_0 = 0$ pada saat $t = 0$, maka

Posisi dan kecepatan bola setelah 1s:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

$$v_t = gt = \left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(1\text{s}) = 9,8 \text{ m/s}$$

Posisi dan kecepatan bola setelah 2s:

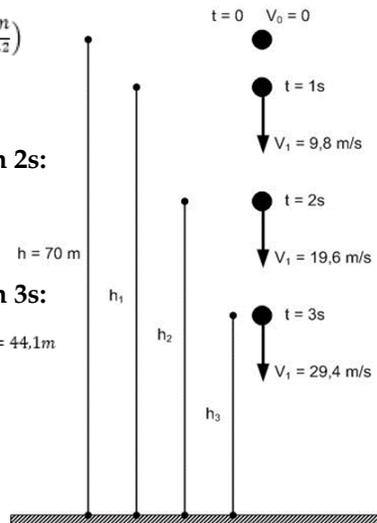
$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

$$v_t = gt = \left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(2\text{s}) = 19,6 \text{ m/s}$$

Posisi dan kecepatan bola setelah 3s:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3\text{s})^2 = 44,1\text{m}$$

$$v_t = gt = \left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3\text{s}) = 29,4 \text{ m/s}$$



G. Gerak Vertikal ke Bawah

Jika sebuah benda dilemparkan dari ketinggian tertentu ke bawah dengan kecepatan awal tertentu ($v_0 \neq 0$), maka dapat dikatakan bahwa benda tersebut mengalami gerak vertikal ke bawah. Persamaan-persamaan gerak GLBB dapat digunakan untuk menyelesaikan kasus-kasus gerak vertikal ke bawah, dengan catatan $a = +g$, karena gerak benda dipengaruhi oleh percepatan gravitasi yang bernilai positif karena searah dengan arah gerak benda atau arah kecepatan awal. Oleh karena itu diperoleh beberapa persamaan sebagai berikut :

$$v_t = v_0 + gt$$

$$h = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_t^2 = v_0^2 + 2gh$$

H. Gerak Vertikal ke Atas

Gerak vertikal ke atas hampir sama dengan gerak jatuh bebas dan gerak vertikal ke bawah, akan tetapi pada kasus ini sebuah benda dilempar dari bawah ke atas dengan kecepatan awal tertentu ($v_0 \neq 0$). Persamaan-persamaan GLBB dapat digunakan untuk memecahkan kasus-kasus gerak vertikal ke atas, dengan nilai $a = -g$ karena berlawanan dengan arah gerak atau arah kecepatan awal. Berikut ini adalah beberapa persamaan yang dapat digunakan :

$$v_t = v_0 - gt$$

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_t^2 = v_0^2 - 2gh$$

CONTOH 7 :

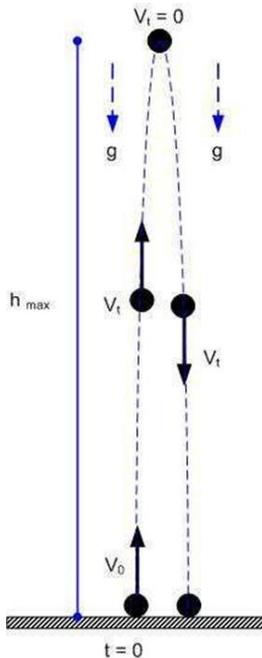
Seseorang melempar bola ke atas dengan kecepatan awal 15 m/s. Hitunglah :

1. Seberapa tinggi bola itu terlempar.
2. Berapa lama bola itu berada di udara sebelum kembali ke tangan orang tersebut.

Pembahasan :

Jika kita tetapkan bahwa sumbu y positif adalah ke atas dan sumbu y negatif adalah ke bawah, maka percepatan yang disebabkan oleh gravitasi akan memiliki tanda negatif. Pada saat bola bergerak ke atas, lajunya berkurang sampai mencapai titik tertinggi dimana kecepatannya sama dengan nol untuk sesaat, untuk kemudian bola itu bergerak ke bawah dengan kecepatan yang bertambah sampai sesaat sebelum sampai di tanah.

1. Ketinggian maksimum dari bola itu dapat diperoleh dengan meninjau posisi bola pada saat kecepatannya sama dengan nol ($v = 0$ pada titik tertinggi). Sedangkan telah diketahui bahwa pada saat $t = 0$ maka $h_0 = 0$, dan $v_0 = 15 \text{ m/s}$. Sehingga diperoleh :



$$v_t^2 = v_0^2 - 2gh$$

$$0 = \left(\frac{15\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2\left(\frac{9,8\text{m}}{\text{s}^2}\right)h$$

$$h = \frac{15\text{m}}{2\left(\frac{9,8\text{m}}{\text{s}^2}\right)}$$

$$h = 11,5\text{m}$$

Jadi bola tersebut mencapai ketinggian maksimum 11,5 m.

2. Waktu yang dibutuhkan bola untuk mencapai titik tertinggi adalah :

$$v_t = v_0 - gt$$

$$0 = 15 \text{ m/s} - (9,8 \text{ m/s}^2)t$$

$$t = \frac{15 \text{ m/s}}{9,8 \text{ m/s}^2}$$

$$t = 1,53s$$

Sedangkan waktu yang dibutuhkan dari titik tertinggi sampai di atas tangan orang yang melemparnya adalah :

$$h = vt - \frac{1}{2}gt^2$$

$$11,5 = (0)t - \frac{1}{2}(9,8 \text{ m/s}^2)t^2$$

$$11,5 = \frac{1}{2}(9,8 \text{ m/s}^2)t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2(11,5)}{9,8 \text{ m/s}^2}}$$

$$t = 1,53s$$

Maka lama bola berada di udara sebelum kembali ke tangan orang yang melemparnya adalah $1,53s + 1,53s = 3,06s$.

I. Gerak Peluru

Gerak peluru atau disebut juga sebagai gerak parabolik, merupakan gerak yang terdiri dari gabungan GLB pada arah sumbu horizontal dan GLBB pada arah sumbu vertikal. Jadi untuk setiap benda yang diberi kecepatan awal sehingga menempuh lintasan gerak yang arahnya dipengaruhi oleh gaya gravitasi yang bekerja terhadapnya dan juga dipengaruhi oleh gesekan udara, benda tersebut disebut mengalami gerak peluru. Misalnya saja seperti bom yang dijatuhkan dari pesawat terbang,

bola yang dilontarkan atau dipukul, misil yang ditembakkan oleh meriam, dan roket yang sudah kehabisan bakarnya.

Gambar 10 menunjukkan proyeksi gerak peluru pada sumbu horizontal (sumbu x) dan sumbu vertikal (sumbu y), dengan titik pangkal koordinatnya ada pada titik dimana peluru tersebut mulai terbang bebas. Pada titik pangkal tersebut ditetapkan $t = 0$ dengan kecepatan awal yang digambarkan dengan vektor v_0 yang membentuk sudut elevasi θ terhadap sumbu x.

Kecepatan awal diuraikan menjadi komponen horizontal v_{0x} dan v_{0y} yang besarnya :

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta, \text{ dan}$$

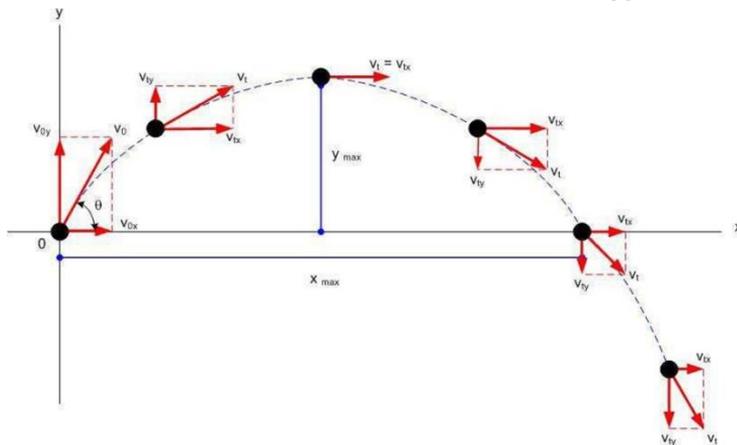
$$v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

Karena komponen kecepatan horizontal konstan, maka pada setiap saat t akan diperoleh :

$$v_{tx} = v_{0x} + at = v_{0x} + (0)t = v_{0x} = v_0 \cos\theta$$

Dan

$$x = v_{0x}t + \frac{1}{2}at^2 = v_{0x}t + \frac{1}{2(0)t^2} = v_{0x}t$$



Gambar 10. Proyeksi Gerak Peluru

Sementara itu, percepatan vertikal adalah $-g$ sehingga komponen kecepatan vertikal pada saat t adalah :

$$v_{ty} = v_{oy} - gt = v_o \sin\theta - gt$$

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_{ty}^2 = v_{oy}^2 - 2gy$$

Persamaan (24) dan persamaan (26) berlaku jika peluru ditembakkan tepat pada titik awal dari sistem koordinat xy sehingga $x_0 = y_0 = 0$. Tetapi jika peluru tidak ditembakkan tepat pada titik awal koordinat ($x_0 \neq 0$ dan $y_0 \neq 0$), maka kedua persamaan tersebut menjadi :

$$x = x_0 + v_{ox}t = x_0 + (v_o \cos \theta)t$$

$$y = y_0 + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Pada titik tertinggi artinya pada posisi y maksimum, maka kecepatannya adalah horizontal sehingga $v_{ty} = 0$. Sehingga persamaan (25) menjadi :

$$v_{ty} = v_{oy} - gt$$

$$0 = v_{oy} - gt$$

$$t = \frac{v_{oy}}{g}$$

$$t = \frac{v_o \sin\theta}{g}$$

Persamaan (30) menunjukkan waktu yang dibutuhkan untuk mencapai ketinggian maksimum. Kemudian substitusikan ke persamaan (26) sehingga diperoleh persamaan ketinggian maksimum sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 y_m &= v_{oy}t - 1/2gt^2 \\
 &= (v_o \sin \theta) \left(\frac{v_o \sin \theta}{g} \right) - 1/2g \left(\frac{v_o \sin \theta}{g} \right)^2 \\
 &= \frac{V_o^2 \sin^2 \theta}{g} - \frac{V_o^2 \theta}{2g} \\
 &= \frac{V_o^2 \theta}{2g}
 \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (30) ke persamaan (24) akan menghasilkan posisi x pada saat y maksimum, yaitu :

$$\begin{aligned}
 x &= v_{ox}t \\
 &= (v_o \cos \theta) \left(\frac{v_o \sin \theta}{g} \right) \\
 &= \frac{V_o^2 \sin \theta \cos \theta}{g} \quad \text{dimana } \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \\
 &= \frac{V_o^2 \sin 2\theta}{2g}
 \end{aligned}$$

Sedangkan pada titik terjauh dari titik awal artinya posisi x maksimum, maka waktu yang dibutuhkan untuk mencapai x maksimum adalah :

$$t = \frac{2V_o \sin \theta}{g}$$

Dan posisi terjauh atau x maksimum adalah :

$$x_m = \frac{2V_o^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{V_o^2 \sin 2\theta}{2g}$$

CONTOH 8 :

Sebuah bola ditendang dengan sudut elevasi 37° dan kecepatan awal 20 m/s. Berapakah :

1. Tinggi maksimum ?
2. Waktu tempuh bola sesaat sebelum menyentuh tanah ?

3. Jarak bola jatuh menyentuh tanah jika diukur darintitik awal bola tersebut ditendang ?

Pembahasan :

$$a. y_m = \frac{2V_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{\left(\frac{20m}{s}\right)^2 \sin^2 37^\circ}{2(9,8m/s^2)} = 7,39m$$

$$b. t = \frac{2V_0 \sin \theta}{g} = \frac{2\left(\frac{20m}{s}\right) \sin 37^\circ}{9,8m/s^2} = 2,46s$$

$$c. x_m = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{\left(\frac{20m}{s}\right)^2 \sin 2(37^\circ)}{9,8m/s^2} = 39,24m$$

J. Gerak Melingkar

Sebuah benda yang bergerak membentuk suatu lingkaran dapat dikatakan bahwa benda tersebut mengalami gerak melingkar. Pada gerak lurus dikenal besaran perpindahan, kecepatan, dan percepatan yang semuanya linier. Maka pada gerak melingkar akan dikenal besaran perpindahan sudut, kecepatan sudut, dan percepatan sudut.

Perpindahan sudut merupakan perpindahan suatu partikel pada lintasan gerak yang melingkar. Gambar 11 menunjukkan perpindahan posisi sebuah partikel dari titik A ke titik B, sehingga dapat dikatakan bahwa partikel tersebut telah menempuh perpindahan sudut θ (satunya adalah radian). Besar sudut θ adalah :

s = jarak

r = jari-jari

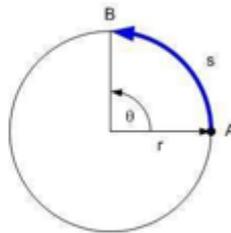
$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} =$$

$$\frac{1}{2\pi} \text{ putaran}$$

$$1 \text{ putaran} =$$

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} \text{ rad}$$



Gambar 11. Perpindahan Sudut

$$\theta = \frac{s}{r}$$

Dimana :

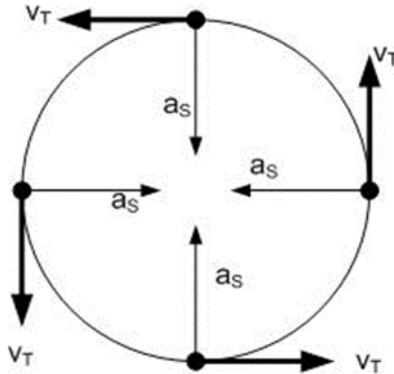
θ = perpindahan
 s = jarak

Arah perpindahan sudut yang berlawanan dengan putaran jarum jam, umumnya bertanda positif dan berlaku sebaliknya untuk searah jarum jam. Kecepatan sudut (ω) pada umumnya dinyatakan dalam rotasi per menit (rpm), dan biasa disebut sebagai kecepatan angular. Kecepatan sudut rata-rata (ω) didefinisikan sebagai :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Dimana :

ω = kecepatan sudut rata-rata (rad/s)
 $\Delta\theta$ = perpindahan sudut (rad)
 Δt = waktu (sekon)



Gambar 12 Kecepatan Tangensial

Kecepatan sudut sesaat (ω) didefinisikan sebagai perpindahan sudut dalam selang waktu (Δt mendekati nol). Kecepatan sudut yang dimaksud pada diktat ini adalah kecepatan sudut sesaat.

Pada gerak melingkar, kecepatan tangensial (v_T) didefinisikan sebagai kecepatan untuk mengelilingi suatu lingkaran. Dan arahnya selalu menyinggung lintasan gerak benda yang melingkar (Gambar 12).

$$v_T = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r\Delta\theta}{\Delta t} = r\omega$$

Percepatan sudut (α) adalah perubahan kecepatan sudut pada selang waktu tertentu, sedangkan percepatan sudut rata-rata (\bar{a}) adalah :

$$\bar{a} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Percepatan sudut sesaat pada diktat ini berarti sebagai percepatan sudut yang satuannya rad/s². Arah percepatan linier pada gerak melingkar adalah menyinggung lintasan gerak yang melingkar dan biasa disebut sebagai percepatan tangensial (a_T).

$$a_T = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{s\Delta\omega}{\Delta t} = s\alpha$$

Sedangkan percepatan sentripetal (a_S) merupakan percepatan sebuah benda yang menyebabkan benda tersebut bergerak melingkar. Arah percepatan sentripetal selalu tegak lurus terhadap kecepatan tangensial dan mengarah ke pusat lingkaran (Gambar 12).

$$a_S = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Jika partikel bergerak melingkar beraturan, maka percepatan tangensialnya sama dengan nol akan tetapi partikel itu masih mengalami percepatan sentripetal. Gerak melingkar sering dideskripsikan dalam frekuensi (f) sebagai jumlah putaran per sekon. Periode T dari sebuah benda yang berputar membentuk lingkaran adalah waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan satu putaran. Besar periode T adalah $1/f$, sehingga untuk benda yang berputar membentuk suatu lingkaran dengan laju konstan v dapat ditulis sebagai $v=2\pi r/T$, Karena dalam satu putaran benda tersebut menemui satu keliling ($2\pi r$). Hubungan antara kecepatan sudut dengan frekuensi adalah $f=\omega/2\pi$.

Soal :

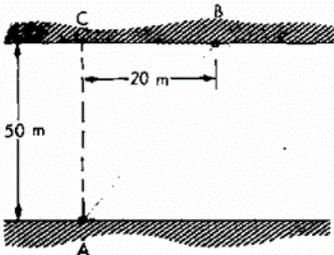
1. Suatu partikel bergerak sepanjang garis lurus. Posisi partikel untuk berbagai saat dinyatakan pada tabel.

t (detik)	0	1	2	3	4	5	6
x (m)	0	0,1	0,8	3,7	6,4	12,5	21,6

Hitunglah kecepatan rata-rata untuk selang waktu berikut :

- a. $t = 1$ detik sampai $t = 3$ detik
 - b. $t = 2$ detik sampai $t = 5$ detik
2. Persamaan gerak suatu partikel dinyatakan oleh fungsi detik.
 $x = 1 t^3$ dalam m, t dalam
 - a. Hitung kecepatan rata-rata dalam selang $t = 3$ detik sampai $t = 4$ detik.
 - b. Hitung kecepatan sesaat pada $t = 5$ detik
 - c. Hitung percepatan rata-rata dalam selang $t = 3$ detik sampai $t = 4$ detik
 - d. Hitung percepatan sesaat pada $t = 5$ detik
 3. Sebuah partikel bergerak pada suatu garis lurus. Percepatan gerak berubah dengan waktu sebagai fungsi $a(t) = 12t^2$ m det².
 - a. Hitung kecepatan sesaat pada $t = 2$ detik, jika diketahui benda ada dalam keadaan berhenti pada saat $t = 0$.

- b. Hitung persamaan gerak benda jika diketahui pada saat $t = 2$ detik benda ada pada posisi $x = 1$ m.
- c. Tentukan kecepatan benda setelah menempuh jarak 66 m
4. Sebuah peluru meriam ditembakkan membuat sudut 60° dengan arah horizontal. Tembakan dilakukan ke arah atas dilereng gunung yang membuat sudut 45° dengan arah horizontal, dengan kecepatan awal v_0 . Percepatan gravitasi adalah $9,8 \text{ m/det}^2$.
- a. Hitung posisi peluru waktu mengenai lereng gunung.
- b. Vektor kecepatan peluru waktu sampai di lereng gunung.
5. Sebuah partikel bergerak dalam lingkaran dengan percepatan sudut tetap. Partikel mula-mula diam, dan setelah 10 detik sudut yang ditempuh $10,5\pi$ radian. Jari-jari lingkaran adalah 2 m.
- a. Hitung percepatan sudut.
- b. Tentukan vektor percepatan pada saat $t = 2$ detik.
6. Seseorang ingin menyebrangi sungai dari A ke B. Kecepatan air sungai adalah 10 km/jam arah ke kanan. Misalkan perahu dianggap bergerak dengan kecepatan tetap, arah tegak lurus tepi sungai. Tentukan laju dan arah perahu terhadap tanah agar maksud di atas tercapai.



7. Sebuah benda dilempar ke dalam sumur dengan kecepatan awal 4 m/s . Bila benda mengenai dasar sumur setelah 2 sekon. Berapakah kecepatan benda saat mengenai dasar sumur dan kedalaman sumur ?
8. Sebuah bola dilemparkan vertikal ke bawah dari jendela hotel dengan kecepatan awal 3 m/s . Pada jarak berapakah di

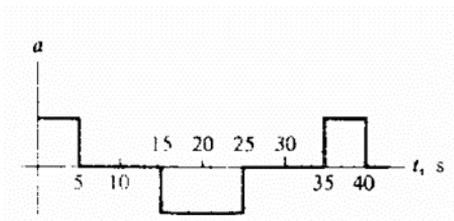
bawah jendela hotel kecepatan bola akan menjadi dua kali kecepatan awal ?

9. Seseorang menjatuhkan benda dari gedung bertingkat tanpa kecepatan awal. Ternyata setelah diukur waktu yang dibutuhkan benda itu sampai jatuh ke tanah adalah 2 sekon. Berapakah tinggi gedung itu ?
10. Sebuah gerinda berputar dengan kecepatan 240 putaran setiap 5 menit. Jika jari-jari gerinda 15 cm. Berapakah kecepatan linier suatu partikel yang terletak pada tepi gerinda ?
11. Data berikut melukiskan posisi suatu benda sepanjang sumbu x sebagai fungsi dari waktu. Gambarkanlah data tersebut dan carilah kecepatan sesaat dari benda tersebut pada (a) $t = 5$ s, (b) $t = 16$ s, dan (c) $t = 23$ s

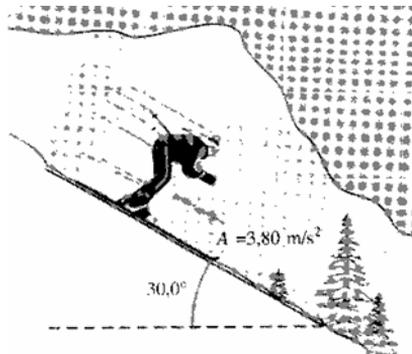
t (s)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
x (cm)	0	4	7,8	11,3	14,3	16,8	18,6	19,7	20	19,5	18,2	16,2	13,5	10,3

12. Sebuah kotak menggeser di atas bidang miring dengan percepatan tetap. Kalau kotak itu mula-mula diam dan dalam waktu 3 detik dapat mencapai laju 2,7 m/s. Tentukan :
 - a. Percepatan
 - b. Jarak yang ditempuh dalam 6 detik pertama
13. Sebuah bola dilemparkan vertikal ke atas dengan kecepatan 30 m/s
 - a. Berapa lama bola itu naik ?
 - b. Berapakah ketinggian yang dapat dicapai ?
 - c. Berapa waktu diperlukan agar bola itu setelah dilemparkan, kembali ditangkap ?
 - d. Pada saat kapankah, bila dikeathui kecepatan bola itu 16 m/s ?
14. Sebuah kelereng jatuh dari tepi sebuah meja dengan kecepatan 20 cm/s.
 - a. Dalam waktu berapakah kelereng itu mencapai lantai kalau tinggi meja itu adalah 80 cm ?
 - b. Pada jarak berapakah, terhitung dari tepi meja, kelereng itu mencapai lantai ?

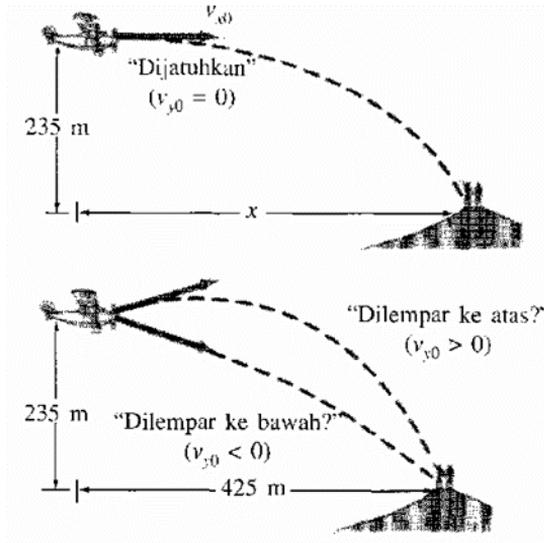
15. Sebuah kereta api dari keadaan diam bergerak dari sebuah stasiun dan selama 10 sekon percepatannya 4 m/s^2 . Kemudian kereta itu bergerak dengan kecepatan konstan selama 30 sekon, lalu diperlambat dengan 8 m/s^2 sampai berhenti di stasiun berikutnya. Berapa jarak total yang ditempuhnya ?
16. Sebuah mobil dan sebuah truk bergerak dari keadaan diam pada saat yang sama, mula- mula mobil itu berada pada suatu jarak di belakang truk. Truk mempunyai percepatan konstan 4 m/s^2 dan percepatan mobil 6 m/s^2 . Mobil mendahului truk setelah truk bergerak sejauh 150 m .
- Berapa waktu yang diperlukan mobil untuk menyusul truk itu ?
 - Berapa kecepatan masing-masing ketika keduanya berdampian ?
17. Gambar di samping adalah grafik percepatan sebuah benda yang sedang bergerak pada sumbu- x . Lukiskanlah grafik kecepatan dan koordinatnya sebagai fungsi dari waktu, jika $x = v = 0$ pada waktu $t = 0$.



- 18.
- Seorang pemain ski meluncur ke bawah bukit dengan percepatan $3,8 \text{ m/s}^2$ (lihat gambar di samping). Berapakah komponen vertikal dari percepatannya ?
 - Berapa lama waktu yang ia perlukan untuk mencapai kaki bukit dengan menganggap ia mulai dari keadaan diam dan mempercepat secara konstan, jika selisih ketinggian adalah 335 m ?



19. Seorang penerjun berlari dengan kecepatan $1,6 \text{ m/s}$ untuk kemudian terjun horizontal dari tepi tebing vertikal dan mencapai air di bawah 3 sekon kemudian. Berapa tinggi tebing tersebut dan seberapa jauh dari kaki tebing penerjun menyentuh air ?
20. Pilot sebuah pesawat yang terbang dengan kecepatan 160 km/jam akan menjatuhkan bantuan makanan untuk korban bajir yang terisolasi di sebidang tanah 160 m di bawahnya. Berapa sekon sebelum pesawat persis berada di atas korban, makanan tersebut harus dijatuhkan ?
21. Sebuah pesawat penyelamat akan menjatuhkan bantuan para pendaki gunung yang terisolasi di bukit berbatu 235 m di bawahnya. Jika pesawat terbang horizontal dengan kecepatan 250 km/jam .
 - a. Seberapa jauh di depan penerimanya (jarak horizontal) bantuan tersebut harus dijatuhkan ?
 - b. Misalkan pesawat melepaskan bantuan itu pada jarak horizontal 425 m di depan para pendaki. Dengan kecepatan vertikal berapa (ke atas atau ke bawah) bantuan itu harus dijatuhkan sehingga mendarat persis pada posisi pendaki ?
 - c. Dengan laju berapa bantuan itu mendarat pada kasus (b)?



22. Sebuah peluru ditembakkan dengan kecepatan awal $75,2 \text{ m/s}$ dan sudut $34,50^\circ$ di atas arah horizontal pada tempat latihan yang panjang. Tentukan :
- Tinggi maksimum yang dicapai peluru ?
 - Waktu total di udara !
 - Jarak horizontal total yang ditempuh (yaitu jangkauannya)
 - Kecepatan peluru $1,5$ sekon setelah penembakan.
23. Sebuah peluru ditembakkan dari tepi tebing yang tingginya 125 m dengan laju awal 105 m/s dan sudut 37° terhadap arah horizontal, seperti yang ditunjukkan gambar.
- Tentukan waktu yang diperlukan peluru untuk mengenai titik P pada dasar tebing.
 - Tentukan jangkauan X peluru diukur dari kaki tebing. Pada saat tepat sebelum peluru mengenai titik P.
 - Cari komponen vertikal dan horizontal dari kecepatannya.
 - Cari besar kecepatan tersebut.
 - Cari sudut yang dibuat vektor kecepatan itu terhadap arah horizontal.

24. Seorang anak pada komidi putar bergerak dengan kecepatan $1,35 \text{ m/s}$ ketika berada $1,2 \text{ m}$ jauhnya dari pusat komidi putar. Hitung :
- Percepatan sentripetal si anak.
 - Gaya horizontal total yang diberikan pada anak tersebut (massa = 25 kg)
25. Berapa laju maksimum sebuah mobil dengan massa 1050 kg ketika melewati tikungan dengan radius 70 m pada jalan yang rata dengan koefisien gesekan antara ban dan jalan sebesar $0,8$? Apakah hasil ini tidak bergantung pada massa mobil ?

BAB 4 DINAMIKA PARTIKEL

Tujuan Instruksional Umum :

Mahasiswa memahami konsep hukum gerak, hukum newton 1, 2, 3, serta menjelaskan tentang gaya dan gerak dan dapat menerapkan aplikasi hukum newton..

Tujuan Instruksional Khusus:

1. Mahasiswa dapat menjelaskan maksud dari hukum-hukum gerak dan hukum newton 1, 2, 3.
2. Mahasiswa dapat menerapkan hukum newton dalam menyelesaikan masalah gerak dan gaya..
3. Mahasiswa dapat menjelaskan tentang macam-macam gaya beserta contohnya..
4. Mahasiswa dapat menentukan besar gaya yang merupakan terapan dari hukum newton

Dalam pembahasan terdahulu tentang gerak, pembahasan kita terbatas seputar gerak benda itu sendiri, lintasan, kecepatan, jarak dll, tapi bagaimana benda itu bergerak dan apa penyebabnya kita belum membahasnya, dalam Dinamika hal tersebut akan dibahas. Hukum dasar yang melandasi gerak benda dirumuskan oleh sir Isaac Newton dalam bukunya yang dikenal dengan "Principia" yang diterbitkan tahun 1686, yang kemudian dikenal dengan Hukum Newton. Hukum Newton terbukti dapat menjelaskan gerak benda secara baik walaupun terbatas pada benda yang mempunyai kecepatan jauh di bawah kecepatan cahaya 3×10^8 m/s, dan pada ukuran benda tidak terlalu kecil (partikel). Pembatasan seperti ini membawa kita pada persoalan "Mekanika Klasik". Untuk benda yang kecepataannya mendekati kecepatan cahaya, Albert Einstein menjelaskannya dalam "Teori Relativitas" dan benda yang ukurannya partikel dipelajari dalam "Mekanika Kuantum" yang dasar-dasarnya dirintis oleh banyak ahli seperti Edwin Scroedinger

dengan persamaan gelombangnya yang terkenal . Tapi kedua konsep ini hanya di pelajari dalam Fisika Modern, tidak dalam Fisika Dasar yang kita pelajari saat ini. Konsep-konsep mereka terbukti berguna dalam teknologi mutakhir (misalnya) dalam menjelaskan teknologi semikonduktor.



BEBERAPA ISTILAH DALAM DINAMIKA BENDA

Massa (m)

Massa adalah besaran fisika yang menunjukkan ukuran "kemalasan" benda untuk bergerak jika "didorong" oleh sebuah gaya atau disebut juga ukuran kelembaman benda atau inersia. Makin besar massa sebuah benda maka untuk menggerakannya dibutuhkan gaya yang makin besar pula. Satuan massa adalah kg. Lebih dalam mengenai konsep massa akan dijelaskan pada Hk. Newton I

Gaya (F)

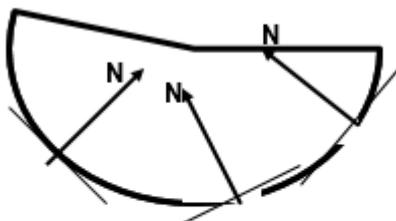
Gaya seringkali diidentikkan dengan "tarikan" atau "dorongan" pada sebuah benda, tapi sesungguhnya gaya adalah sesuatu (apapun itu) yang dapat menyebabkan benda "bergerak" (lebih tepatnya berubah kecepatan atau menimbulkan percepatan a). Satuan dari F adalah Newton.



Tarikan seekor kuda pada gerobak adalah sebuah contoh gaya

Gaya Normal (N)

Gaya normal adalah gaya yang akan timbul apabila dua buah benda saling bersentuhan, dan arahnya tegak lurus bidang singgung. Hal yang sering disalahartikan adalah tidak selamanya N mengarah “ke atas”, kesalahan ini akibat persepsi keliru tentang “lantai” yang seolah selalu sejajar dengan bumi. Berikut ini sebuah ilustrasi yang jelas bagaimana arah N dapat berubah tiap saat



Sebuah ilustrasi bahwa Gaya normal N tegak lurus pada bidang singgung

Gaya Gesek (f)

Gaya gesek selalu timbul jika lantai tidak licin atau koefisien gesekannya μ tidak 0. Makin kasar tekstur lantai maka pada umumnya μ -nya makin besar. Akan tetapi yang harus anda fahami bahwa μ sama sekali bukan ukuran kekasaran lantai, akan tetapi ukuran “kekasaran interaksi benda terhadap lantai”, hal ini berarti sebuah lantai dapat memberikan μ yang berbeda pada dua benda yang berbeda. Besarnya koefisien gesek adalah nol sampai 1, nilai 1 berarti benda sama sekali tak bisa bergerak dan nilai 0 berarti benda tidak mengalami gaya gesek sama sekali. Arah gaya gesek selalu berlawanan dengan arah gerak benda dan besarnya :



$$f = N \cdot \mu$$

Perhatikan seorang Violist di samping. Ketika ia menarik penggesek violinnya “ke bawah”, maka gaya gesek mengarah “ke atas” melawan arah tongkat penggesek. Demikian juga sebaliknya ketika tongkat penggesek mengarah “ke bawah” maka gaya gesek akan melawannya “ke atas”

Pada prinsipnya ada dua jenis koefisien gesek : koefisien gesek statis (μ_s) dan koefisien gesek kinetis (μ_k). μ_s hanya berlaku saat benda diam dan perannya kemudian digantikan oleh μ_k ketika benda akan mulai bergerak. Pada umumnya koefisien gesek kinetis lebih kecil nilainya dari koefisien gesek statis. Karena itu dalam pengalaman kita sehari-hari, ketika mendorong sebuah benda, kita akan mengalami kesulitan dalam mendorongnya saat benda belum bergerak sama sekali, akan tetapi ketika benda mulai sedikit bergerak benda relatif lebih mudah didorong

HUKUM NEWTON

Hukum Newton I

"Jika resultan gaya (jumlah seluruh gaya) pada sebuah benda nol, maka kecepatan benda tidak berubah (tetap)"

Artinya jika benda mula-mula diam, maka ia akan tetap diam. Tapi jika semula benda bergerak dengan kecepatan tetap v , maka akan tetap bergerak dengan kecepatan v juga. Hal ini berarti untuk mempertahankan sebuah benda supaya bergerak (atau diam) tidak diperlukan gaya sama sekali atau dengan kata lain secara natural, suatu benda akan mempertahankan keadaan dirinya kecuali sebuah gaya yang tidak berimbang bekerja padanya (menarik atau mendorongnya) Dalam bahasa matematis, dituliskan sebagai :

$$\Sigma F = 0$$

Persamaan ini akan lebih jelas ketika Hukum kedua Newton dijelaskan.

Hukum Newton II

"Jika resultan gaya pada suatu benda tidak nol, maka benda akan mengalami perubahan kecepatan"

Artinya jika ada gaya yang tidak berimbang terjadi pada sebuah benda, maka benda yang semula diam akan bergerak dengan

kecepatan tertentu, dan jika benda semula bergerak dapat menjadi diam (kecepatannya nol), bertambah kecepatannya atau melambat. Dalam bahasa matematika, hal ini diungkapkan dalam rumus Newton yang amat terkenal :

$$\Sigma F = m \cdot a$$

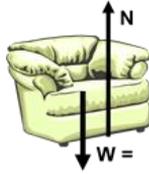
Perhatikan persamaan (2) bahwa jika ΣF nol, maka a harus dan pasti nol, karena m tidak mungkin nol. Artinya jika "tidak ada gaya" maka tidak ada perubahan kecepatan. Atau kecepatannya tetap. Dengan ini, hukum Newton pertama menjadi lebih jelas. Secara implisit kita bisa menyatakan bahwa dalam hal ini hukum Newton I merupakan kasus khusus dari hukum Newton II (di mana $a = 0$)

Hukum Newton III

"Setiap gaya yang mengenai sebuah benda, maka benda tersebut akan menghasilkan gaya reaksi yang sama besar dan berlawanan arah"

Ketika kita duduk pada sebuah kursi, maka kita melakukan gaya pada kursi mengarah ke bawah, pada saat yang sama kursipun melakukan gaya yang besarnya sama dan berlawanan arah pada kita.

Pada kasus lain ketika kita menendang sebuah benda kita melakukan gaya (aksi) pada benda tersebut, sebaliknya benda tersebut melakukan gaya (reaksi) pada kaki kita sehingga mungkin terasa sakit Atau misalnya seekor burung yang sedang terbang menggerakkan sayapnya ke bawah menepuk udara, sebaliknya udara akan melawan kepakannya ini dengan melakukan gaya reaksi pada sayap burung ke atas hingga burung dapat terbang.



Gaya berat dan gaya Normal
bukanlah pasangan aksi-reaksi

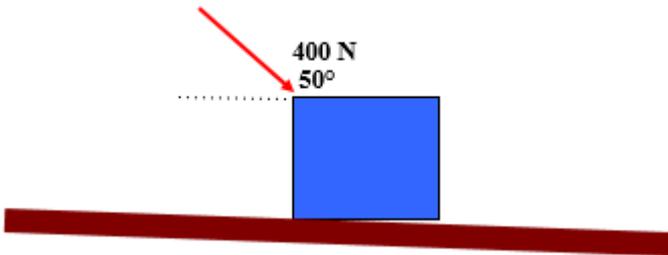
Harus menjadi perhatian bahwa pasangan gaya aksi-reaksi terjadi pada dua benda yang berbeda, sehingga contoh berikut ini bukan termasuk aksi-reaksi. Dalam ungkapan

matematis

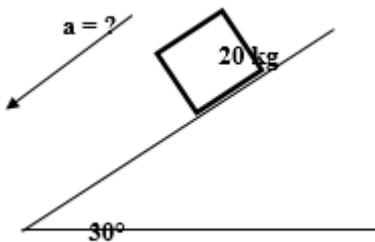
Soal - Soal

2. Berapakah berat benda yang massanya (a) 3 kg dan (b) 300 gr
3. Sebuah benda 20 kg yang bergerak bebas dipengaruhi gaya sebesar 45 N dengan arah $-x$. Carilah percepatan benda tersebut.
4. Sebuah benda 5,0 kg akan diberikan percepatan ke atas sebesar $0,30 \text{ m/s}^2$ oleh sebuah tali yang menariknya lurus ke atas. Berapakah tegangan tali ?
5. Sebuah kotak 60 kg bergerak secara horizontal karena dipengaruhi gaya sebesar 140 N. Kotak itu bergerak dengan kecepatan tetap. Berapakah koefisien gesekan antara lantai dengan kotak.
6. Sebuah gaya 20 N yang bekerja pada benda arahnya 56° terhadap horizontal. Berapakah percepatan benda jika massanya 5 kg. Anggaplah lantai licin.
7. Sebuah mobil dengan massa 400 kg mogok sehingga didorong dengan gaya 200 N, jika koefisien gesek 0,15, berapakah percepatan mobil ?
8. Benda 600 N akan diberi percepatan sebesar $0,70 \text{ m/s}^2$. Berapakah gaya yang diperlukan.
9. Sebuah gaya bekerja pada sebuah benda, sehingga benda yang semula diam kini bergerak dengan kecepatan 4 m/s dalam waktu 2 detik. Berapakah besarnya gaya tersebut
10. Sebuah balok 400 gr dengan kecepatan awal 80 cm/s meluncur di atas meja melawan gaya gesek sebesar 0,70 N (a) Berapa jauhkah ia akan meluncur sebelum berhenti (b) Berapakah koefisien gesek antara balok dan meja

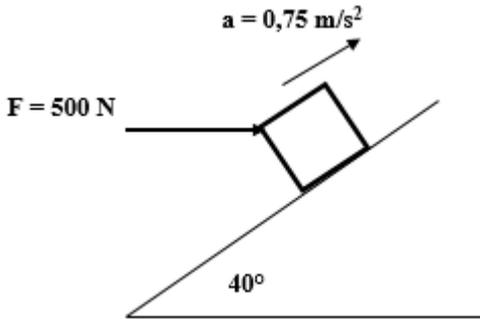
11. Mobil 600 kg melaju di atas jalan datar 30 m/s (a) Berapakah gaya gesek yang dialami mobil, jika dalam jarak 70 m, mobil tersebut harus berhenti (b) Berapakah gaya gesek minimumnya
12. Sebuah lokomotif 8000 kg menarik gerbong kereta api yang diisi dengan muatan barang sehingga massa total gerbong 40.000 kg pada rel yang datar dan menghasilkan percepatan 1,20 m/s². Jika muatan barang dikurangi sehingga massa total gerbong 16.000 kg, berapakah percepatannya sekarang ?
13. Sebuah kotak 70 N ditarik dengan gaya 400 N dengan sudut 30° . Jika koefisien gesek 0,50, tentukan percepatan gerak kotak tersebut.



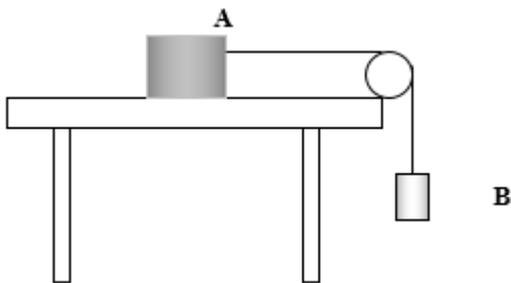
14. Gaya 400 N mendorong sebuah balok kayu 25 kg di atas sebuah lantai yang kasar mendatar dalam waktu 4 detik yang semula diam bergerak dengan kecepatan 2,0 m/s. Berapakah koefisien gesek lantai terhadap balok.



15. Karena didorong dengan gaya 500 N, benda bermassa 25 kg dapat bergerak ke atas bidang miring dengan percepatan 0,75 m/s². Berapakah koefisien gesek kinetik antara bidang miring dengan benda tersebut ?



16. Pada skema gambar di bawah, diketahui bahwa koefisien gesek antara benda dengan meja adalah 0,20, massa $m_A = 25 \text{ kg}$ dan massa $m_B = 15 \text{ kg}$. Berapa jauh B akan turun dalam waktu 3 detik setelah dilepas.



BAB 5 USAHA DAN ENERGI

Tujuan Instruksional Umum :

Mahasiswa memahami konsep usaha dan energi

Tujuan Instruksional Khusus:

1. Mampu Menjelaskan usaha yang ditimbulkan oleh gaya.
2. Mampu Menjelaskan konsep energi kinetik dan hubungan usaha dan energi kinetik.
3. Mampu Menjelaskan konsep energi potensial dan hubungan usaha dan energi potensial.
4. Mampu Menjelaskan konsep kekekalan energi.

Bab ini membahas tentang analisis alternatif mengenai gerak suatu benda dalam hubungannya dengan besaran energi. Konsep energi dan konsep usaha mempunyai hubungan yang erat, Keduanya merupakan besaran skalar, sehingga tidak mempunyai arah yang berhubungan dengannya.

A. Usaha

Usaha (W) atau disebut juga sebagai “kerja”, dideskripsikan sebagai “apa yang dihasilkan oleh gaya ketika ia bekerja pada benda sementara benda tersebut bergerak dalam jarak tertentu”. Usaha yang dilakukan pada sebuah benda oleh gaya yang konstan (besar dan arah), didefinisikan dalam persamaan :

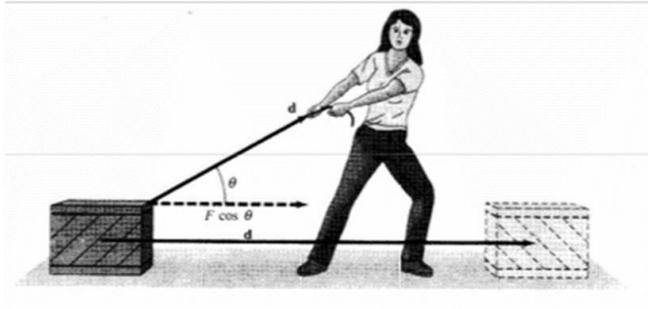
$$W = F_d D$$

Dimana F_d merupakan komponen gaya konstan F yang sejajar dengan perpindahan d (Gambar 1). Sehingga persamaan di atas dapat dituliskan sebagai :

$$W = F \cos\theta d$$

Dimana :

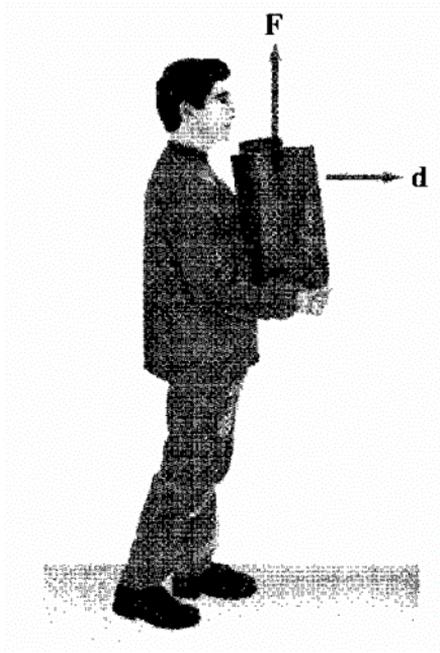
- | | | |
|----------|---|--|
| F | = | besar gaya konstan (N) |
| θ | = | sudut antara arah gaya dan perpindahan |
| d | = | besar perpindahan benda |



Gambar 1. Seseorang sedang menarik sebuah peti sepanjang lantai.

Satuan usaha dalam sistem mks adalah Nm atau Joule. Dimana $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$. Sedangkan dalam sistem cgs, satuannya erg dimana $1 \text{ erg} = 1 \text{ dyne.cm}$.

Jika seseorang memegang tas belanja (Gambar 2) yang berat dalam keadaan diam (tidak berpindah posisi, maka dapat dikatakan bahwa orang tersebut tidak melakukan usaha padanya. Sebuah gaya memang diberikan, tetapi tetapi tidak terjadi perpindahan ($d = 0$) sehingga $W = 0$. Orang tersebut juga tidak melakukan usaha pada tas belanja jika orang itu membawanya sementara dia berjalan horizontal melintasi lantai dengan kecepatan konstan (Gambar 2). Tidak ada gaya horizontal yang dibutuhkan untuk memindahkan tas belanja dengan kecepatan konstan. Meskipun diberikan gaya F ke atas pada tas tersebut yang sama dengan beratnya. Tetapi gaya ke atas F tegak lurus terhadap gerak horizontal dan dengan demikian tidak ada hubungannya dengan gerak. Artinya, gaya ke atas F tidak melakukan usaha ($W = 0$) karena $\theta = 90^\circ$. Jadi ketika suatu gaya tertentu bekerja tegak lurus terhadap gerak, tidak ada usaha yang dilakukan oleh gaya tersebut.



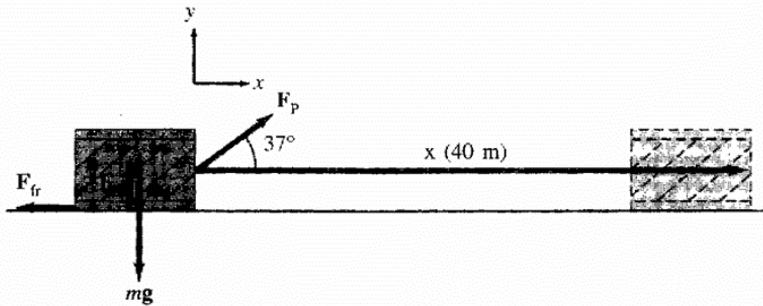
Gambar 2. Usaha yang dilakukan pada tas belanja

Nilai usaha juga bisa bertanda negatif, hal ini berarti usaha yang dilakukan oleh gaya yang melawan perpindahan. Misalnya usaha yang dilakukan oleh gaya pengereman, usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan permukaan benda, dan usaha yang dilakukan gaya berat terhadap benda yang bergerak ke atas. Karena usaha termasuk besaran skalar, maka usaha yang dilakukan oleh berbagai macam gaya yang bekerja pada suatu benda diperoleh dengan cara menjumlahkan secara aljabar biasa.

Contoh 1 :

Sebuah peti dengan massa 50 kg ditarik sejauh 40 m sepanjang lantai horizontal dengan gaya konstan yang diberikan oleh seseorang sebesar $F_P = 100 \text{ N}$ yang bekerja membentuk 37° sebagaimana ditunjukkan pada gambar. Jika lantai tersebut kasar dan memberikan gaya gesekan $F_{fr} = 50 \text{ N}$. Tentukan usaha

yang dilakukan oleh setiap gaya yang bekerja pada peti tersebut dan usaha total yang dilakukan terhadap peti !



$$\begin{aligned}
 W_{fr} &= F_{fr} \cos 180^\circ d \\
 &= (50N)(-1)(40N) \\
 &= -2000 \text{ J} \\
 W_G &= F_G \cos 90^\circ d = 0 \\
 W_N &= F_N \cos 90^\circ d = 0
 \end{aligned}$$

Ada empat gaya yang bekerja pada peti, yaitu gaya yang diberikan oleh seseorang (F_p), gaya gesek (F_{fr}), gaya gravitasi (F_G), dan gaya normal (F_N). Usaha yang dilakukan oleh masing masing gaya adalah :

$$\begin{aligned}
 w_p &= E_{px}d = F_p \cos 37^\circ d \\
 &= (100N) \cos 37^\circ (40M) \\
 &= 3200 \text{ J}
 \end{aligned}$$

B. Energi

Dalam fisika, energi sering diartikan sebagai kemampuan melakukan usaha. Jika suatu benda melakukan usaha, maka benda tersebut akan kehilangan energi yang sama dengan usaha yang dilakukannya.

$$\sum E \text{ diberikan} = \sum E \text{ dilakukan}$$

Energi dapat berubah dari suatu bentuk ke bentuk lain. Misalnya pada kompor di dapur, energi yang tersimpan dalam minyak tanah diubah menjadi api yang selanjutnya jika api digunakan untuk memanaskan air, energi berubah bentuk lagi menjadi gerak molekul- molekul air. Perubahan bentuk energi ini disebut transformasi energi.

Energi juga dapat dipindahkan dari satu benda ke benda lain. Perpindahan energi ini disebut transfer energi. Misalnya untuk contoh kompor di dapur tadi, energi pembakaran yang ada dalam api dipindahkan ke air yang ada di dalam panci. Perpindahan energi seperti ini yang terjadi semata-mata karena perbedaan temperatur, disebut kalor. Energi juga dapat dipindahkan dari suatu sistem ke sistem yang lain melalui gaya yang mengakibatkan pergeseran posisi benda. Perpindahan energi semacam ini dikenal sebagai usaha mekanik atau kita kenal sebagai usaha saja.

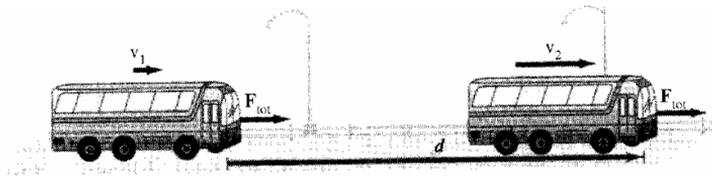
C. Energi Kinetik

Sebuah benda yang sedang bergerak memiliki kemampuan untuk melakukan usaha maka dapat dikatakan mempunyai energi. Energi gerak disebut dengan energi kinetik yang berasal dari bahasa Yunani "kinetos" yang berarti gerak. Jadi, energi kinetik merupakan energi yang dimiliki oleh benda karena gerakannya atau kecepatannya. Jadi setiap benda yang bergerak mempunyai energi kinetik. Besarnya energi kinetik suatu benda adalah :

$$E_K = 1/2mv^2$$

Dimana :

E_K	=	energi kinetik (J)
m	=	massa benda (kg)
v	=	kecepatan benda (m/s)



Gambar 3. Gaya total konstan F_{tot} mempercepat bus dari kecepatan v_1 sampai v_2 sepanjang jarak d .

EK dapat disebut juga sebagai energi kinetik translasi, untuk membedakan dari energi kinetik rotasi. Misalkan sebuah benda dengan massa m sedang bergerak pada garis lurus dengan kecepatan awal v_1 . Untuk mempercepat benda itu secara beraturan sampai kecepatannya v_2 , maka diberikan padanya suatu gaya total konstan F_{tot} dengan arah yang sejajar dengan arah geraknya sejauh jarak d (Gambar 3). Kemudian usaha total yang dilakukan pada benda itu adalah :

$$\begin{aligned}
 W_{tot} &= F_{tot}d \\
 W_{tot} &= mad \text{ (berlaku Hukum II Newton: } F = ma \text{)} \\
 W_{tot} &= m \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} \right) d \\
 W_{tot} &= \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2
 \end{aligned}$$

Persamaan di atas merupakan persamaan untuk gerak satu dimensi dan berlaku juga untuk gerak translasi tiga dimensi, bahkan untuk gaya yang tidak beraturan. Persamaan (5) dikenal sebagai teorema usaha-energi kinetik, yang dapat ditulis kembali menjadi persamaan :

$$\begin{aligned}
 W_{tot} &= E_{K2} - E_{K1} \\
 W_{tot} &= \Delta E_K
 \end{aligned}$$

Dimana E_{K1} adalah energi kinetik awal, dan E_{K2} adalah energi kinetik akhir. Dan persamaan (6) berarti bahwa kerja total yang dilakukan pada sebuah benda sama dengan perubahan energi kinetiknya.

Teorema usaha-energi hanya berlaku jika W adalah usaha total yang dilakukan pada benda (yaitu usaha yang dilakukan oleh semua gaya F_{tot} yang bekerja pada benda tersebut). Jika W_{tot} positif dilakukan pada sebuah benda, maka energi kinetiknya bertambah sejumlah W . Dan berlaku sebaliknya, jika W_{tot} negatif dilakukan pada sebuah benda, maka energi kinetik benda berkurang sejumlah W . Artinya F_{tot} yang diberikan pada benda dengan arah yang berlawanan dengan arah gerak benda mengurangi kecepatannya dan energi kinetiknya. Jika W_{tot} yang dilakukan pada benda sebesar nol, maka energi kinetiknya tetap konstan dan artinya kecepatannya juga konstan.

Contoh 2 :

Sebuah bola baseball dengan massa 145 g dilempar dengan kecepatan 25 m/s.

- a. Berapakah energi kinetiknya ?
- b. Berapakah usaha yang dilakukan pada bola untuk mencapai kecepatan ini, jika dimulai dari keadaan diam ?

Pembahasan :

- a. Energi kinetik :

$$EK = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} (0,145 \text{ kg}) (25 \text{ m/s})^2 = 45 \text{ J}$$

- b. Usaha yang dilakukan pada bola :

$$W = EK_2 - EK_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 = 45 \text{ J} - 0 = 45 \text{ J}$$

Contoh 3 :

Berapakah usaha yang diperlukan untuk mempercepat sebuah mobil dengan massa 1000 kg dari 20 m/s sampai 30 m/s ?

Pembahasan :

Usaha total yang dibutuhkan sama dengan penambahan energi kinetik : $W = EK_2 - EK_1$

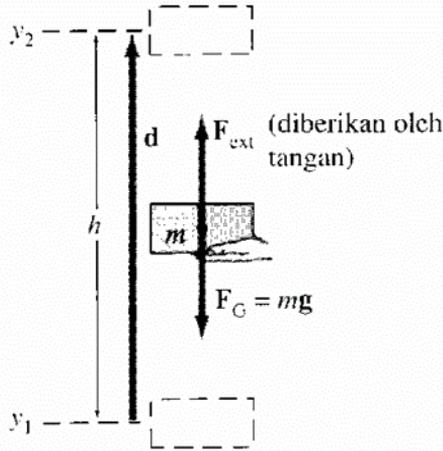
$$= \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2$$

$$= \frac{1}{2} (1000 \text{ kg})(30 \text{ m/s})^2 - \frac{1}{2} (1000 \text{ kg}) (20 \text{ m/s})^2$$

$$= 2,5 \times 10^5 \text{ J}$$

1. Energi Potensial

Energi potensial adalah energi yang dimiliki oleh benda karena kedudukannya atau posisinya. Berbagai jenis energi potensial dapat didefinisikan, dan setiap jenis dihubungkan dengan suatu gaya tertentu.



Gambar 4. Seseorang memberikan gaya ke atas F_{ext} untuk mengangkat sebuah batu bata

Misalnya pegas pada jam yang diputar merupakan contoh energi potensial pegas. Pegas jam mendapatkan energi potensialnya karena dilakukan usaha padanya oleh orang yang memutar jam tersebut. Sementara pegas memutar balik, sehingga ia memberikan gaya dan melakukan usaha untuk memutar jarum jam. Contoh lain adalah energi potensial gravitasi. Misal sebuah batu bata dipegang tinggi di udara mempunyai energi potensial karena posisi relatifnya terhadap bumi. Batu bata itu mempunyai kemampuan untuk melakukan usaha karena jika dilepaskan akan jatuh ke tanah karena ada gaya gravitasi dan dapat melakukan usaha, katakanlah pada sebuah tiang yang dipancangkan dan menanamnya ke tanah.

Untuk mengangkat vertikal suatu benda bermassa m , gaya ke atas yang paling tidak sama dengan beratnya mg harus diberikan padanya (misal oleh tangan seseorang). Untuk mengangkat benda itu tanpa percepatan setinggi h

dari posisi y_1 ke posisi y_2 (Gambar 4), maka orang tersebut harus melakukan usaha yang sama dengan hasil kali gaya eksternal yang dibutuhkan $F_{ext} = mg$ ke atas (jika diasumsikan arah ke atas positif) dan jarak vertikal h .

Gravitasi juga bekerja pada benda sewaktu bergerak dari y_1 ke y_2 dan melakukan usaha sebesar :

Jika kemudian benda dilepaskan dari keadaan diam, maka benda akan jatuh bebas di bawah pengaruh gravitasi dan benda itu akan memiliki kecepatan setelah jatuh dengan ketinggian h , sebesar :

$$v^2 = v_0^2 + 2gh = 2gh$$

Benda akan mempunyai energi kinetik $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2gh) = mgh$, dan jika benda mengenai sebuah tiang pancang maka benda itu bisa melakukan usaha pada tiang itu sebesar mgh (teorema usaha-energi). Oleh karena itu, dengan menaikkan sebuah benda dengan massa m sampai ketinggian h membutuhkan sejumlah usaha yang sama dengan mgh . Maka energi potensial sebuah benda dapat didefinisikan dalam persamaan :

$$EP = mgh$$

Dimana :

EP = energi potensial (J)

m = massa benda (kg)

g = percepatan gravitasi (m/s^2)

h = tinggi/posisi benda dari acuan tertentu misalnya tanah (m)

Semakin tinggi suatu benda di atas tanah, makin besar pula energi potensial yang dimilikinya

$$W_{ext} = mgy_2 - mgy_1 = E_{p2} - E_{p1} = \Delta E_p$$

Dengan demikian, usaha yang dilakukan oleh gaya eksternal untuk menggerakkan massa m dari titik 1 ke titik 2 (tanpa percepatan) sama dengan perubahan energi potensial benda antar titik 1 dan titik 2. Selain itu, ΔE_p dalam hubungannya dengan usaha yang dilakukan gravitasi dapat ditulis dalam persamaan :

$$W_G = -mg(y_2 - y_1) = -\Delta E_p$$

Artinya usaha yang dilakukan oleh gravitasi sementara massa m bergerak dari titik 1 ke titik 2 sama dengan negatif dari perbedaan energi potensial antara titik 1 dan 2.

D. Gaya Konservatif dan Gaya Disipatif

Bila suatu benda digerakkan dari suatu posisi yang letaknya di atas titik nol tinggi patokan ke suatu posisi lain, maka usaha gaya gravitasi tidak bergantung pada lintasannya dan sama dengan selisih antara harga akhir dan harga awal suatu fungsi yang disebut energi potensial gravitasi. Jika hanya gaya gravitasi yang bekerja pada benda itu, energi mekanik total (jumlah energi kinetik dan potensial gravitasi) adalah konstan atau kekal, maka gaya gravitasi dinamakan gaya konservatif (kekal). Jadi jika benda sedang naik, usaha gaya gravitasi memberikan tambahan kepada energi kinetik, atau dengan kata lain usaha ini timbul kembali sepenuhnya. Hal timbul kembali sepenuhnya ini merupakan suatu aspek penting usaha gaya konservatif.

Bila suatu benda yang diikatkan pada sebuah pegas digerakkan dari suatu harga tertentu perpanjangan pegas ke suatu harga lain, usaha gaya elastik juga tidak bergantung pada lintasan dan sama dengan selisih antara harga akhir dan harga awal suatu fungsi yang disebut energi potensial elastik. Jika hanya gaya elastik yang bekerja pada benda itu, maka jumlah energi kinetik dan energi potensial elastik adalah kekal. Dan oleh karena itu gaya elastik juga merupakan gaya konservatif. Jika benda bergerak demikian rupa sehingga menambah panjang pegas, usaha gaya elastik ditunjang oleh energi kinetik. Akan tetapi, jika regangan pegas berkurang usaha gaya elastik akan

menambah energi kinetik sehingga usaha ini juga timbul kembali sepenuhnya. Maka dapat disimpulkan bahwa usaha gaya konservatif mempunyai sifat-sifat sebagai berikut :

1. tidak bergantung kepada lintasan.
2. Sama dengan selisih antara harga akhir dan harga awal suatu fungsi energi
3. Dapat timbul kembali sepenuhnya.

Gaya konservatif berbeda dengan gaya gesekan yang dilakukan permukaan tak bergerak terhadap benda yang bergerak. Usaha gaya gesekan dipengaruhi oleh lintasan, makin panjang lintasan maka makin besar usaha gaya gesekan. Tidak ada bentuk fungsi sehingga selisih dua harga fungsi akan sama dengan usaha gaya gesekan. Bila sebuah benda kita luncurkan di atas permukaan kasar kembali ke posisinya semula, gaya gesekan akan membalik dan tidak akan mengembalikan usaha yang terkerjakan pada perpindahan semula, bahkan harus ada usaha lagi untuk gerak baliknya itu. Dengan kata lain, usaha gaya gesekan tidak dapat timbul kembali sepenuhnya. Jika hanya gaya gesekan yang bekerja, energi mekanik total tidak kekal. Oleh karena itu gaya gesekan dinamakan gaya non-konservatif atau gaya disipatif. Energi mekanik sebuah benda hanya kekal jika tidak ada gaya disipatif bekerja terhadapnya.

Ternyata bila ada gaya gesekan bekerja pada sebuah benda yang sedang bergerak, maka energi bentuk lain akan terlibat. Asas kekekalan energi yang lebih umum mencakup energi bentuk lain ini dan juga energi kinetik dan energi potensial dan apabila tercakup, energi total suatu sistem akan tetap konstan.

E. Hukum Kekekalan Energi

Energi mekanik total (EM) merupakan jumlah energi kinetik dan energi potensial, dan dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$E_M = E_K + E_P$$

Hukum kekekalan energi mekanik untuk gaya-gaya konservatif menyatakan bahwa “ jika hanya gaya-gaya konservatif yang bekerja, energi mekanik total dari sebuah sistem tidak bertambah maupun berkurang pada proses apapun. Energi tersebut tetap konstan – kekal”. Atau dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$= \text{konstan}$$

Persamaan di atas dapat dituliskan sebagai :

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

Contoh 4 :

Jika sebuah batu pada ketinggian 3 m di atas tanah dilepaskan dari posisi diam. Berapakah kecepatan batu itu setelah mencapai posisi 1 m dari atas tanah ?

Pembahasan :

Kecepatan batu pada saat berada 1 m di atas tanah adalah

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\frac{1}{2m(0)^2} + m(9,8 \frac{m}{s^2}) = \frac{1}{2}mv_2^2 + m(9,8 \frac{m}{s^2})^2(1m)$$

$$= 2[(9,8 \frac{m}{s^2})^2(3m) - (9,8 \frac{m}{s^2})^2(1m)]$$

$$v_2^2 = 2[(9,8 \frac{m}{s^2})^2(3m) - (9,8 \frac{m}{s^2})^2(1m)]$$

$$v_2^2 = \sqrt{39,2 \text{ m/s}}$$

$$v_2 = 6,3 \text{ m/}$$

F. Daya

Daya didefinisikan sebagai kecepatan melakukan usaha atau kecepatan perubahan energi, dan dapat ditulis dalam persamaan :

$$P = W$$

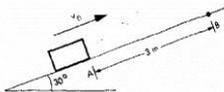
Dimana : P = Daya (Watt atau J/s; dengan 1 W = 1 J/s)
 W = Usaha (Joule)
 T = Waktu (sekon)

Daya seekor kuda menyatakan seberapa besar kerja yang dapat dilakukan per satuan waktu. Penilaian daya sebuah mesin menyatakan seberapa besar energi kimia atau listrik yang bisa diubah menjadi energi mekanik per satuan waktu. Karena usaha sama dengan gaya perpindahan ($W = Fs$), maka persamaan di atas dapat ditulis sebagai :

$$P = \frac{F_s}{t} Fv$$

Soal :

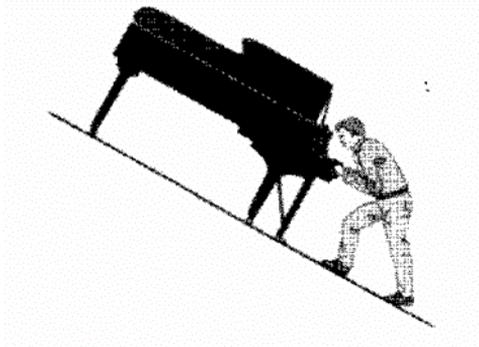
1. Sebuah benda bergerak lurus di atas lantai horizontal ditarik dengan tali. Massa benda adalah 5 kg, sedang koefisien gesekan lantai adalah 0,6. Akibat gaya-gaya yang bekerja, benda bergerak dengan percepatan 2 m/s². Andaikan percepatan gravitasi adalah 10 m/s².
 - (a) Berapa besar energi yang diberikan oleh orang yang menarik tali agar benda bergerak sejauh 2 m ?
 - (b) Berapa besar energi yang hilang karena gesekan. Kemana energi ini hilang ?
2. Sebuah benda dilemparkan ke atas sepanjang bidang miring. Kecepatan di A adalah 10 cm/s, waktu sampai di B kecepatan tinggal 5 cm/s. Bila massa benda 2 kg, dan percepatan gravitasi 9,8 m/s², hitung :
 - (a) Usaha yang dilakukan pada benda dari A ke B.
 - (b) Usaha dilakukan oleh medan gravitasi.
 - (c) Koefisien gesekan lantai



3. Sebuah mobil 1200 kg melaju dengan kecepatan 30 m/s. Tiba-tiba rem diinjak hingga mobil slip dan akhirnya berhenti. Jika gesekan antara ban mobil dan permukaan jalan adalah 6000 N. Seberapa jauh mobil itu slip ?
4. Suatu elevator 2000 kg yang mula-mula diam di lantai bawah dapat naik setinggi 25 m melewati lantai ke empat dengan kecepatan 3 m/s. Gesekan dalam mesin elevator ternyata 500 N. Berapa usaha yang dikeluarkan mesin dalam mengangkat elevator setinggi itu ?
5. Hitung daya rata-rata sebuah mesin yang dapat mengangkat beban 500 kg setinggi 20 m dalam waktu 60 detik !
6. Sebuah balok didorong sejauh 20 m di atas sebuah lantai datar dengan kecepatan konstan oleh gaya yang membentuk sudut 30° di bawah horizontal. Koefisien gesekan antara balok dan lantai 0,25. Berapa usaha yang dilakukan ?
7. Sebuah balok didorong 4 m di atas sebuah permukaan horizontal tertentu dengan gaya horizontal 10 N. Gaya gesekan yang menghambat geraknya 2 N.
 - (a) Berapa besar usaha yang dilakukan oleh gaya 10 N.
 - (b) Berapa usaha gaya gesekan ?
8.
 - (a) Hitung energi kinetik sebuah mobil 1800 N yang berjalan dengan kecepatan 30 km/jam.
 - (b) Berapa kali besar energi kinetik jika kecepatan diduakalikan ?
9. Berapa energi potensial sebuah elevator yang beratnya 1600 N di tingkat paling atas gedung pencakar langit yang tingginya 1248 m di atas permukaan jalan ? Anggap energi potensial di muka jalan nol.
10. Berapa kenaikan energi potensial sebuah benda yang beratnya 1 kg apabila diangkat dari lantai ke atas meja yang
11. Sebuah balok yang beratnya 16 N didorong sejauh 20 m di atas sebuah permukaan horizontal tanpa gesekan oleh gaya horizontal 8 N. Balok itu bergerak dari keadaan diam.
 - (a) Berapa usaha yang dilakukan ? Menjadi apakah usaha ini ?
 - (b) Periksa jawaban anda dengan menghitung percepatan balok, kecepatan akhirnya dan energi kinetiknya.

- (c) Jika diumpamakan balok sudah punya kecepatan awal 10 m/s. Berapakah usaha yang dilakukan ?
12. Sebuah balok yang beratnya 16 N diangkat vertikal dengan kecepatan konstan 10 m/s setinggi 20 m.
- Berapa besar gaya yang diperlukan ?
 - Berapa usaha yang dilakukan ?
13. Sebuah balok beratnya 25 N didorong 100 m ke atas sebuah permukaan miring yang membentuk sudut 37° dengan horizontal dengan sebuah gaya konstan $F = 32,5$ N yang arahnya sejajar dengan bidang permukaan. Koefisien gesekan antara balok dan bidang 0,25.
- Berapa usaha gaya F ?
 - Hitunglah kenaikan energi kinetik balok itu.
 - Hitunglah kenaikan energi potensial balok itu.
 - Hitunglah usaha yang dilakukan terhadap gaya gesekan.
14. Seseorang bermassa 70 kg berjalan naik tangga ke tingkat tiga sebuah gedung. Tinggi vertikal tingkat ini 12m di atas jalan raya.
- Berapa usaha yang dilakukannya ?
 - Berapa banyak ia telah menambah energi potensialnya ?
 - Jika ia naik tangga itu dalam 20 sekon, berapa usahanya ?
15. Kereta belanja dengan massa 18 kg didorong dengan kecepatan konstan sepanjang gang dengan gaya $F = 12$ N. Gaya yang diberikan bekerja pada sudut 20° terhadap arah horizontal. Hitung usaha yang dilakukan oleh masing-masing gaya pada kereta jika panjang gang 15 m.
16. Delapan buah buku, masing-masing dengan ketebalan 4,6 cm dengan massa 1,8 kg diletakkan mendarat di atas meja. Berapa kerja yang dibutuhkan untuk menumpuk satu di atas yang lainnya ?
17. Piano dengan massa 280 kg meluncur ke bawah sejauh 4,3 m pada bidang dengan kemiringan 30° dan ditahan untuk tidak memiliki percepatan oleh orang yang mendorongnya kembali sejajar dengan bidang miring. Koefisien efektif gesekan kinetik adalah 0,4. Hitung :
- Gaya yang diberikan oleh orang tersebut.
 - Usaha yang dilakukan orang terhadap piano.
 - Usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan.
 - Usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi.

(e) Usaha total yang dilakukan paino.



18. Pejalan kaki yang massanya 55 kg mulai dari ketinggian 1600 m dan mendaki sampai puncak yang tingginya 3100 m.
 - (a) Berapa perubahan energi potensial pejalan kaki tersebut ?
 - (b) Berapa usaha minimum yang dibutuhkan orang itu ?
19. Sebuah benda bermassa 20 kg terletak pada bidang miring dengan sudut 30° terhadap bidang horizontal. Jika percepatan gravitasi $9,8 \text{ m/s}^2$ dan benda bergeser sejauh 3 meter ke arah bawah. Berapakah usaha yang dilakukan oleh gaya berat ?
20. Sebuah benda massanya 2 kg jatuh bebas dari ketinggian 20 m dari atas tanah. Hitunglah :
 - (a) Energi potensial setelah benda bergerak 1 sekon.
 - (b) Usaha yang dilakukan gaya berat pada saat ketinggian benda 10 m
21. Sebuah benda jatuh dari ketinggian 6 meter dari atas tanah. Berapa kecepatan benda itu pada saat mencapai ketinggian 1 m dari tanah ?
22. Sebuah bola massanya 2 kg mula-mula diam, kemudian meluncur ke bawah pada bidang miring dengan sudut kemiringan bidang 30° dan panjangnya 10 m. Selama bergerak bola mengalami gaya gesekan 2 N. Hitunglah kecepatan bola saat sampai pada dasar bidang miring !
23. Sebuah trem mempergunakan daya 10 kW sehingga dapat bergerak dengan kecepatan tetap 8 m/s. Berapakah besar gaya penggeraknya ?

24. Seseorang yang massanya 60 kg menaiki tangga yang tingginya 20 m dalam selang waktu 2 menit. Berapakah daya yang dikeluarkan oleh orang itu ?
25. Sebuah benda bergerak di atas bidang datar kemudian ditahan dengan gaya 60 N, ternyata benda berhenti pada jarak 180 m. Berapakah besar usaha pengereman benda itu ?

BAB 6

MOMENTUM LINIER

Tujuan Instruksional Umum :

Mahasiswa memahami konsep momentum dan impuls serta menjelaskan hukum kekekalan momentum dan dapat menerapkan aplikasi momentum dan impuls.

Tujuan Instruksional Khusus:

Melalui kegiatan studi pustaka dan diskusi, siswa mampu menganalisis konsep momentum dan impuls dalam fenomena sehari-hari.

Melalui kegiatan studi pustaka dan diskusi, siswa mampu menganalisis hubungan impuls dengan perubahan momentum.

Melalui kegiatan studi pustaka dan diskusi, siswa mampu menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan konsep momentum dan impuls.

Bab ini akan membahas konsep yang mirip dengan konsep usaha dan konsep energi, yaitu konsep momentum linier. Terkait dengan konsep momentum adalah konsep impuls. Berhubungan dengan kedua konsep ini adalah hukum kekekalan momentum. Banyak gejala alam yang dapat dijelaskan dengan bantuan konsep momentum dan impuls, diantaranya ialah tumbukan antara dua benda.

A. Momentum dan Impuls

Momentum linier (untuk selanjutnya disebut momentum) suatu benda didefinisikan sebagai hasil kali massa dengan kecepatannya. Momentum merupakan besaran vektor, sehingga penjumlahan momentum mengikuti aturan penjumlahan vektor. Arah momentum sama dengan arah kecepatan, dan besar momentum adalah :

$$p = mv \quad (1)$$

Dimana :

p = momentum (kg.m/s)

m = massa benda (kg)

v = kecepatan (m/s)

Sebuah mobil yang berlari cepat mempunyai momentum yang lebih besar jika dibandingkan dengan mobil yang lambat dengan massa yang sama. Sebuah truk yang berat akan mempunyai momentum yang lebih besar jika dibandingkan dengan sebuah mobil kecil yang berjalan dengan kecepatan yang sama. Makin besar momentum yang dimiliki suatu benda, makin sulit untuk menghentikannya, dan makin besar efek yang diakibatkannya jika diberhentikan dengan tabrakan atau tumbukan. Untuk merubah momentum suatu benda (baik untuk menaikkan atau menurunkan sampai benda berhenti ataupun merubah arah geraknya) dibutuhkan sebuah gaya. Berkaitan dengan Hukum II Newton yang berkaitan dengan gerak suatu benda, menyatakan bahwa kecepatan perubahan momentum suatu benda sama dengan gaya total yang diberikan padanya. Dan dapat ditulis dalam persamaan :

$$\sum \square F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Jika Δp adalah hasil perubahan momentum yang terjadi selama selang waktu Δt , maka persamaan di atas dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\sum \square F = \frac{mv - mv_0}{\Delta t} = \frac{m(v - v_0)}{\Delta t} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = ma$$

Impuls (I) didefinisikan sebagai hasil kali gaya dengan selang waktu gaya itu bekerja pada suatu benda. Impuls menyebabkan perubahan momentum, sehingga besar dan arahnya sama dengan besar dan arah perubahan momentum.

$$I = F \Delta t = \Delta p = m(v - v_0)$$

Contoh 1 :

Sebuah benda bermassa 2 kg bergerak dengan kecepatan 6 m/s. Berapa gaya F yang dapat menghentikan benda tersebut dalam waktu 7×10^{-4} s.

Pembahasan :

$$I = \Delta p$$

$$F\Delta t = mv - mv_0$$

$$F(7 \times 10^{-4} \text{ s}) = 2\text{kg}(0 - 6\text{ s})$$

$$F = -1,71 \times 10^{-4} \text{ N}$$

Jadi besar gaya yang menghambat gerak benda adalah $-1,71 \times 10^{-4}$ N

B. Hukum Kekekalan Momentum

Hukum kekekalan momentum menyatakan bahwa “pada peristiwa tumbukan, jumlah momentum benda-benda sebelum dan sesudah tumbukan adalah tetap, asalkan tidak ada gaya luar yang bekerja pada benda-benda itu”.

Misalnya saja dua buah bola bilyar masing-masing memiliki massa m_1 dan m_2 . Keduanya bergerak saling mendekati dengan kecepatan masing-masing v_1 dan v_2 (Gambar 1). Jika diasumsikan gaya eksternal total sistem dua bola ini adalah

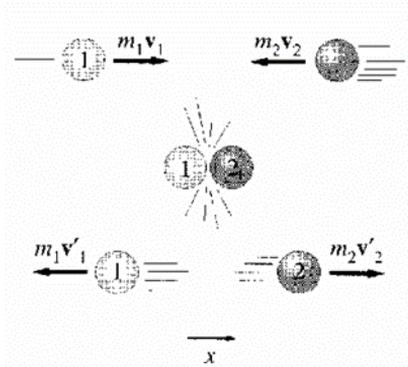
nol ($\sum F_i = 0$), artinya gaya yang

signifikan hanyalah gaya yang diberikan tiap bola ke bola lainnya ketika terjadi tumbukan. Maka impuls untuk masing-masing bola adalah : Gambar 1. Tumbukan dua bola

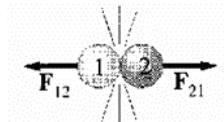
$$I_1 = F_1\Delta t = \Delta p_1 = m_1 (v_1' - v_1)$$

$$I_2 = F_2 \Delta t = \Delta p_2 = m_2 (v_2' - v_2)$$

Pada saat kedua bola itu bertumbukan, maka ada gaya-gaya yang bekerja pada kedua bola itu (Gambar 2) dan berlaku Hukum III Newton, sehingga diperoleh :



Gambar 1. Tumbukan dua bola



Gambar 2. Gaya-gaya pada bola selama tumbukan

$$\begin{aligned}
 F_{aksi} &= F_{reaksi} \\
 F_{12} &= -F_{21} \\
 F_1 \Delta t &= -F_2 \Delta t \\
 m_1(v_1' - v_1) &= \\
 -m_2(v_2' - v_2) \\
 m_1 v_1' - m_1 v_1 &= -m_2 v_2' - m_2 v_2 \\
 m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v_1' + m_2 v_2' \\
 \sum_{i=1}^n P_{sebelum\ tumbukan} & \\
 &= \sum_{i=1}^n P_{setelah\ tumbukan} \\
 \text{Atau} \\
 m_1(v_1 - v_1') &= m_2(v_2' - v_2)
 \end{aligned}$$

C. Tumbukan Lenting Sempurna

Jika dua buah bola bilyar (Gambar 1) bertumbukkan lurus (tumbukan sentral atau tumbukkan lenting sempurna), dan setelah bertumbukkan kedua bola itu saling menjauh dengan kecepatan masing-masing v_1' dan v_2' . Maka seluruh energi

kinetik sebelum tumbukkan seluruhnya berubah menjadi energi kinetik lagi, tanpa ada yang tersimpan menjadi energi potensial atau hilang sebagai kalor. Jadi pada tumbukkan lenting sempurna energi kinetik dan setelah tumbukkan adalah sama. Sehingga berlaku Hukum Kekekalan Momentum (persamaan 4) dan Hukum Kekekalan Energi Kinetik.

$$\begin{aligned}
 E_{K \text{ awal}} &= E_{K \text{ akhir}} \\
 \sum \frac{1}{2} m v^2 &= \sum \frac{1}{2} m v'^2 \\
 \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 &= \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \\
 m_1 (v_1^2 - v_1'^2) &= m_2 (v_2'^2 - v_2^2)
 \end{aligned}$$

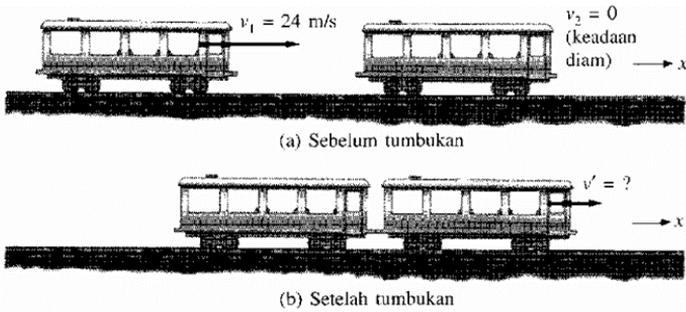
D. Tumbukan Tidak Lenting Sempurna

Tumbukkan dimana energi kinetik tidak kekal disebut tumbukkan tidak lenting sempurna. Pada tumbukkan ini, setelah tumbukkan kedua benda bergabung sehingga kedua benda memiliki kecepatan yang sama. Sebagian energi kinetik awal pada tumbukkan seperti ini diubah menjadi energi jenis lain, seperti energi panas atau potensial sehingga terjadi pengurangan energi kinetik dan energi kinetik total sesudah tumbukkan akan lebih kecil dari pada energi kinetik total sebelum tumbukkan. Sehingga pada tumbukkan ini tidak berlaku hukum kekekalan energi kinetik.

Contoh 2 :

Sebuah gerbong kereta berjalan dengan kecepatan 24 m/s menabrak gerbong lain yang sejenis yang sedang dalam keadaan diam (Gambar a). Jika kedua gerbong tersebut tersambung sebagai akibat dari tumbukkan (Gambar b).

1. Berapa kecepatan keduanya setelah terjadi tumbukkan ?
2. Berapa besar energi kinetik awal yang diubah menjadi energi panas atau bentuk energi lainnya ?



Pembahasan :

1. Berlaku hukum kekekalan momentum :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

$$v' = \frac{(10.000KG) \left(24 \frac{m}{s}\right) + (10.000kg)(0)}{(10.000kg) + (10.000kg)}$$

$$v' = \frac{2,4 \times 10^5 \text{ kg. m/s}}{2 \times 10^4 \text{ kg}}$$

$$v' = 12 \text{ m/s}$$

2. Pada awalnya energi total adalah :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} (1000kg)(24 \text{ m/s})^2 = 2,88 \times 10^6 \text{ J}$$

Setelah tumbukkan, energi totalnya adalah

$$\frac{1}{2} (2000kg)(12 \text{ m/s})^2 = 1,44 \times 10^6 \text{ J}$$

Dengan demikian energi yang diubah menjadi bentuk lain adalah :

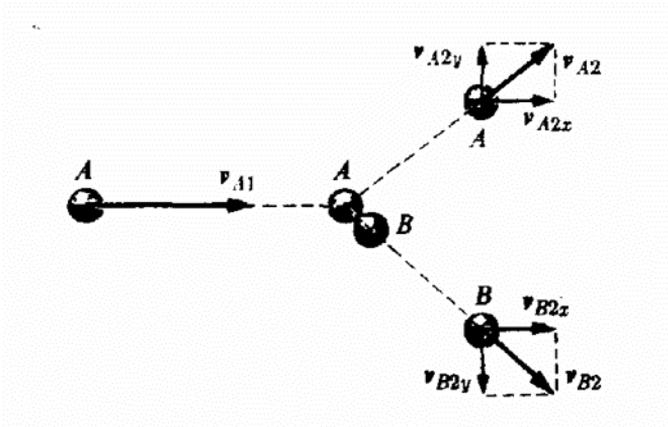
$$(2,88 \times 10^6 \text{ J}) - (1,44 \times 10^6 \text{ J}) = 1,44 \times 10^6 \text{ J}$$

Yang ternyata sebesar setengah dari energi kinetik awal.

E. Tumbukan Dua Dimensi

Kekekalan momentum dan energi juga bisa diterapkan pada tumbukkan dua atau tiga dimensi, dan sifat vektor momentum sangat penting. Dalam Gambar 3, bola A bermassa m_A pada mulanya bergerak ke kanan dengan kecepatan v_{A1} . Bola itu kemudian bertumbukkan dengan bola B yang sedang diam. Setelah tumbukkan kedua bola itu berpisah dan bergerak dengan kecepatan v_{A2} dan v_{B2} . Tidak ada gaya yang bekerja pada sistem itu kecuali gaya yang timbul dalam proses

tumbukkan itu. Komponen-x dan komponen-y momentum keduanya kekal. Jika diasumsikan sumbu-x positif adalah dalam arah v_{A1} .



Gambar 3 Tumbukan dua dimensi

Momentum pada arah-x :

$$\sum_{\square} P_{\text{sebelum tumbukan}} = \sum_{\square} P_{\text{setelah tumbukan}}$$

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

Momentum pada arah-y :

$$\sum_{\square} P_{\text{sebelum tumbukan}} = \sum_{\square} P_{\text{setelah tumbukan}}$$

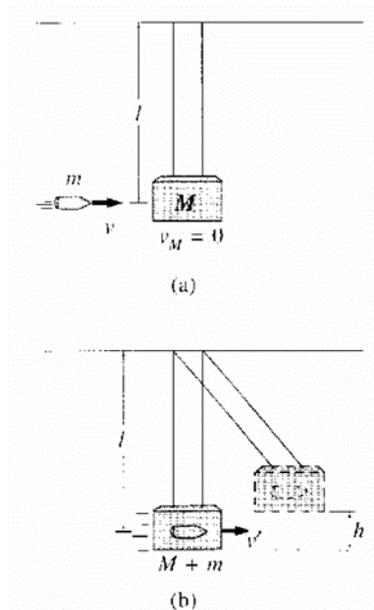
$$m_A v_{A1y} + m_B v_{B1y} = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y}$$

$$0 = m_A v_{A2y} - m_B v_{B2y}$$

F. Pendulum Balistik

Pendulum balistik atau disebut juga sebagai bandul balistik ialah alat untuk mengukur kecepatan peluru. Peluru yang dilepaskan akan melakukan tumbukan tidak lenting sempurna dengan suatu benda yang massanya jauh lebih besar jika dibandingkan dengan massa peluru. Momentum sistem segera setelah tumbukan sama dengan momentum awal peluru itu, tetapi karena kecepatan jauh lebih kecil, maka kecepatan ini lebih mudah dapat ditentukan.

Gambar 4 menunjukkan sebuah peluru bermassa m bergerak dengan kecepatan awal v mendekati sebuah balok kayu yang digantung diam dengan massa M . Jika kita anggap waktu tumbukan sangat singkat, sehingga peluru berhenti di dalam balok sebelum balok mulai bergerak dari posisinya langsung di bawah penggantungnya. Maka tidak ada gaya luar total dan momentum kekal.



Gambar 4. Bandul Balistik

$$\sum \square P_{SEBELUM\ TUMBUKAN} = \sum \square P_{SETELAH\ TUMBUKAN}$$

$$mv + Mv_m = (m + M)V'$$

$$v = \frac{(m + M)v'}{m}$$

Dimana v' adalah laju balok dan peluru yang berada di dalamnya persis setelah tumbukan, sebelum bergerak cukup jauh. Begitu bandul mulai bergerak (Gambar 4.b), akan ada gaya luar total (gravitasi yang cenderung menarik balok kembali ke posisi vertikalnya). Maka disini tidak bisa menggunakan kekekalan momentum, tetapi bisa menggunakan kekekalan energi mekanik karena energi potensial gravitasi ketika bandul mencapai ketinggian maksimumnya (h).

$$E_{k1} + E_{P1} = E_{k2} + E_{P2}$$

$$\frac{1}{2}(m + M)v'^2 + (m + M)gh = \frac{1}{2}((m + M)v'^2 + (m + M)gh$$

$$\frac{1}{2}(m + M)v'^2 = (m + M)gh$$

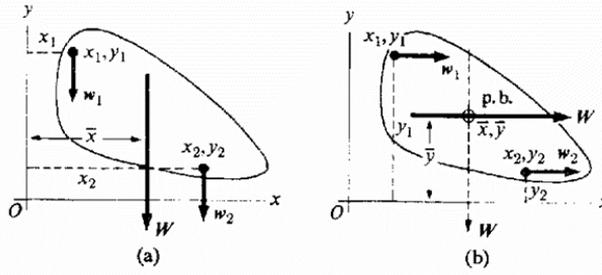
$$v' = \sqrt{2gh}$$

Gabungkan kedua persamaan hasil kekekalan momentum dengan kekekalan energi, sehingga diperoleh :

$$v = \frac{(m + M)v'}{m} = \frac{(m + M)}{m} \sqrt{2gh}$$

G. Pusat Massa

Percepatan gravitasi bumi (g) akan mengakibatkan sebuah benda bermassa m mengalami gaya berat yang arahnya selalu ke bawah menuju pusat bumi. Maka semua partikel zat di dalam suatu benda juga mengalami gaya tarik bumi, dan gaya tunggal yang disebut gaya berat merupakan resultan semua gaya tarik tersebut. Arah gaya tiap-tiap partikel menuju pusat bumi. Tetapi karena jarak ke pusat bumi itu demikian sangat jauhnya, sehingga gaya dapat dianggap sejajar satu sama lain. Jadi berat suatu benda adalah resultan dari jumlah besar gaya sejajar.



Gambar 5. Berat W benda merupakan resultan dari sejumlah besar gaya paralel. Garis kerja W selalu lewat pusat berat.

Gambar 5(a) memperlihatkan sebuah benda tipis sembarang bentuk terletak salam bidang xy . Jika benda itu dibagi-bagi menjadi sejumlah besar partikel yang beratnya w_1 , w_2 , dan seterusnya, dan jika diasumsikan koordinat partikel-partikel itu adalah x_1 dan y_1 , serta x_2 dan y_2 , dan begitu seterusnya. Maka berat total W benda itu adalah :

$$W = w_1 + w_2 + \dots = \sum_{i=1}^n w_i$$

Koordinat x garis kerja W adalah :

$$\bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots}{w_1 + w_2 + \dots} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{W}$$

Jika seandainya benda dan sumbu-sumbu pembandingnya (sumbu- x dan sumbu- y) diputar 900 berlawanan arah jarum jam, maka gaya gravitasi berputar 900 berlawanan jarum jam (Gambar 5.b). Berat total W tidak berubah dan koordinat- y dari garis kerjanya adalah :

$$\bar{y} = \frac{w_1 y_1 + w_2 y_2 + \dots}{w_1 + w_2 + \dots} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i}{W}$$

Titik perpotongan garis kerja W pada kedua bagian Gambar 5 mempunyai koordinat-koordinat x dan y dan dinamakan pusat berat benda itu. Dengan meninjau sembarang letak di benda tadi dapatlah ditunjukkan, bahwa garis kerja W senantiasa melalui pusat berat tadi. Jika pusat berat sejumlah benda sudah tertentu letaknya, semua koordinat pusat berat benda-benda tersebut dapat dihitung berdasarkan persamaan (7) dan (8) dengan w_1 , w_2 , dan seterusnya adalah koordinat-koordinat pusat berat masing-masing benda.

Simetri suatu benda sering berguna untuk menentukan letak pusat berat. Jadi pusat berat bola homogen, kubus, piringan bundar atau papan berbentuk persegi empat panjang berada di tengah-tengahnya. Pusat berat silinder atau kerucut tegak terletak di sumbu simetrinya.

Jika diketahui $W = mg$, maka $w_1 = m_1g_1$, $w_2 = m_2g_2$, dan seterusnya. Sehingga persamaan (8) dan (9) menjadi :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{m_1g_1x_1 + m_2g_2x_2 + \dots}{m_1g_1 + m_2g_2 + \dots} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \\ \bar{y} &= \frac{m_1g_1y_1 + m_2g_2y_2 + \dots}{m_1g_1 + m_2g_2 + \dots} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \end{aligned}$$

Jika diasumsikan $g = g_1 = g_2$ dan seterusnya.

Contoh 2 :

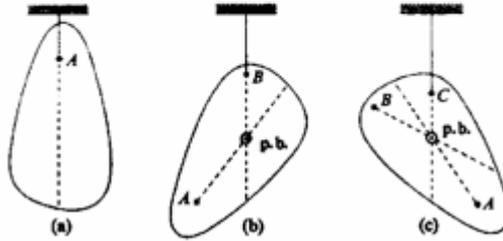
Tiga buah partikel diletakkan pada sistem koordinat xy sebagai berikut. Massa 1 kg di $(0,0)$, massa 2 kg di $(2,1)$, dan massa 3 kg di $(1,5)$, Dengan semua jarak diukur dalam meter. Dimanakah letak titik berat sistem partikel itu ?

Pembahasan :

Titik berat sistem ditentukan sebagai berikut :

$$\underline{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} = \frac{(1.0) + (2.2)(3.1)}{1 + 2 + 3} = \frac{7}{6}$$

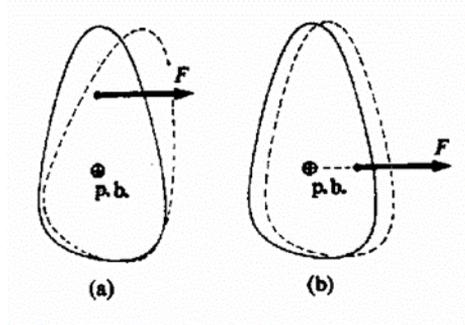
$$\underline{y} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} = \frac{(1.0) + (2.1)(3.5)}{1 + 2 + 3} = \frac{17}{6}$$



Gambar 6. Mencari letak pusat berat sebuah benda tipis

Pusat berat benda tipis dapat ditentukan dengan percobaan seperti yang ditunjukkan Gambar 6. Pada Gambar 6 (a) benda digantungkan di titik A sembarang, jika sudah dalam keadaan setimbang, pusat beratnya harus terletak pada garis vertikal lewat A. Bila benda digantungkan di titik B seperti Gambar 5 (b), pusat berat terletak pada garis vertikal lewat B, yaitu pada titik perpotongan garis ini dengan garis pertama. Jika sekarang benda digantungkan di titik C (Gambar 5.c), maka garis vertikal lewat C ternyata akan lewat titik perpotongan kedua garis yang pertama.

Ada lagi sifat lain dari pusat berat sesuatu benda. Suatu gaya F yang garis kerjanya terletak di sebelah mana saja dari pusat berat suatu benda (Gambar 7.a), akan merubah gerak translasi dan gerak rotasi benda itu. Tetapi bila garis kerja tadi lewat pusat berat (Gambar 7.b), hanya gerak translasi saja yang terpengaruh, sedangkan benda tetap dalam keadaan setimbang rotasi. Jadi, jika suatu benda dilemparkan ke udara dengan lemparan berputar, maka benda itu akan terus berputar dengan kecepatan konstan, karena garis kerja dari beratnya lewat pusat beratnya.



Gambar 7. Sebuah benda berada dalam kesetimbangan rotasi dan bukan dalam kesetimbangan translasi, bila terhadapnya bekerja sebuah gaya yang garis kerjanya lewat pusat beratnya seperti pada (b).

Begitu pula jika suatu benda terletak di atas atau meluncur pada benda lain, maka gaya normal dan gaya gesekannya merupakan seperangkat gaya sejajar yang merata pada seluruh bidang persentuhannya. Vektor tunggal yang digunakan untuk melukiskan masing- masing gaya ini sebenarnya ialah resultan dari seperangkat gaya sejajar.

Soal :

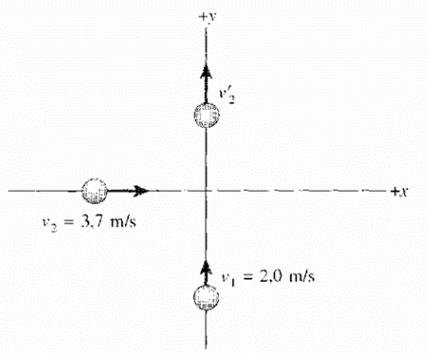
1. Sebuah bola bermassa 0,2 kg dipukul sehingga membalik. Bola datang dengan laju 2 m/s, dan laju setelah dipukul adalah 10 m/s.
 - (a) Hitung vektor impuls yang dilakukan pada alat pukul.
 - (b) Bila bola bersentuhan dengan alat pukul selama 0,1 sekon, hitung vektor gaya rata- rata pada bola.
2. Sebuah partikel bermassa 5 kg,bergerak dengan kecepatan 2 m/s menumbuk partikel bermassa 8 kg yang mula-mula diam. Bila tumbukan elastik, hitung kecepatan masing- masing partikel setelah tumbukan.
 - (a) Bila tumbukan sentral
 - (b) Bila partikel pertama terpental pada arah membuat sudut 500 dari arah gerak semula Nyatakan semua arah terhadap arah datang partikel pertama.

3. Sebuah truk 40000 kg melaju dengan kecepatan 5 m/s sepanjang jalan sempit yang lurus dan bertabrakan dengan truk lain 30000 kg yang sedang mogok. Kedua truk itu menyatu. Berapakah laju kedua truk itu sesudah bertabrakan
4. Dua benda 8 kg dan 4 kg bergerak pada sumbu $-x$ dengan arah berlawanan pada kecepatan 11 m/s dan -7 m/s. Setelah bertabrakan mereka tidak berpisah. Berapakah kecepatan kedua benda itu sesaat sesudah tabrakan ?
5. Tiga buah massa ditempatkan pada suatu sumbu $-y$: 2 kg di $y = 300$ cm, 6 kg di $y = 150$ cm, dan 4 kg I $y = -75$ cm. Berapakah pusat massa mereka ?
6. Empat buah massa ditempatkan di bidang xy sebagai berikut : 300 gr (di $x = 0, y = 2$ m), 500 gr (di -2 m, -3 m), 700 gr (di 50 cm, 30 cm), dan 900 gr (di -80 cm, 150 cm). Berapa pusat massa mereka ?
7. Sebuah balok kayu 2 kg diam di atas meja datar. Sebuah peluru 5 gr ditembakkan ke dalamnya dan tetap menancap di dalam balok itu. Dengan peluru berkecepatan 150 m/s dalam arah datar, ternyata balok dapat tergeser sejauh 270 cm sebelum berhenti.
 - (a) Berapakah kecepatan balok sesaat setelah tertembak ?
 - (b) Berapakah gaya gesek antara balok dan meja ?
8. Sebuah balok kayu 2 kg diam di atas meja datar. Melalui lubang pada daun meja tepat di bawah balok itu, peluru 7 gr ditembakkan vertikal ke atas dan menancap dalam balok. Balok ternyata terangkat 25 cm. Berapakah kecepatan peluru itu ?
9. Sebuah truk 600 kg yang bergerak ke Utara dengan kecepatan 5 m/s bertabrakan dengan truk lain 4000 kg yang sedang melaju ke Barat dengan kecepatan 15 m/s. Sesudah bertabrakan kedua truk tetap menyatu Berapakah besa dan arah kecepatannya sesudah bertabrakan ?
10. Sebuah peluru 7 gr ditembakkan pada arah datar dengan kecepatan 200 m/s dan menembus kaleng bermassa 150 gr. Sesaat sesudah terkena, kaleng itu mempunyai kecepatan 180 m/s. Berapakah kecepatan peluru setelah menembus kaleng
11. Sebutir peluru bermassa 0,05 kg bergerak dengan kecepatan 400 m/s menembus 0,1 m ke dalam sebuah balok kayu yang

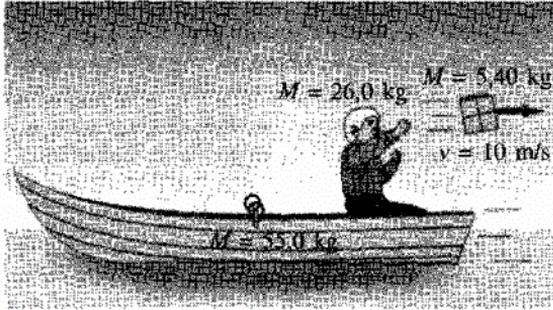
melekat teguh pada bumi. Anggap gaya yang memperlambat konstan. Hitunglah :

- (a) Perlambatan peluru itu.
 - (b) Gaya yang memperlambat
 - (c) Waktu perlambatan
 - (d) Impuls tumbukan
12. Sebutir peluru yang beratnya 0,01 N ditembakkan menembus sebuah balok kayu 2 N yang tergantung pada tali yang panjangnya 5 m. Pusat berat balok itu, diukur vertikal naik setinggi 0,0192 m. Hitunglah kecepatan peluru itu waktu keluar dari balok itu jika dimisalkan kecepatan awalnya 1000 m/s.
13. Sebuah peluru bermassa 10 gr mengenai sebuah bandul ayunan balistik bermassa 2 kg, akibatnya pusat berat bandul itu diukur vertikal naik setinggi 10 cm. Peluru tetap menancap di dalam bandul. Hitunglah kecepatan peluru !
14. Sebuah peluru bermassa 2 gr ditembakkan horizontal dengan kecepatan 500 m/s ke sebuah balok kayu bermassa 1 kg yang mulanya diam di atas permukaan datar. Peluru itu masuk ke dalam balok lalu keluar dengan kecepatan yang sudah berkurang menjadi 100 m/s. Bola itu meluncur sejauh 20 cm dari letak awalnya sepanjang permukaan tersebut.
- (a) Berapa koefisien gesekan luncur antara balok dengan permukaan ?
 - (b) Berapa berkurangnya energi kinetik peluru itu ?
 - (c) Berapa energi kinetik balok pada saat setelah peluru menembusnya ?
15. Di atas sebuah meja tanpa gesekan sebuah balok 3 kg yang bergerak dengan kecepatan 4 m/s ke kanan bertumbukkan dengan balok 8 kg yang sedang bergerak dengan kecepatan 1,5 m/s ke kiri.
- a. Jika kedua balok itu melekat satu sama lain akibat tumbukkan itu, berapa kecepatan akhir keduanya ?
 - b. Jika kedua balok melakukan tumbukan lurus secara elastik sempurna, berapa kecepatan akhir balok-balok itu ?
 - c. Berapa energi mekanik hilang dalam tumbukkan yang dimaksud pada poin (a) ?

16. Dua balok bermassa 300 gr dan 200 gr bergerak menuju satu sama lain di atas sebuah permukaan horizontal tanpa gesekan dengan kecepatan masing-masing 50 cm/s dan 100 cm/s.
- Jika kedua balok itu melekat satu sama lain akibat tumbukkan itu, berapa kecepatan akhir keduanya ?
 - Jika kedua balok melakukan tumbukan lurus secara elastik sempurna, berapa kecepatan akhir balok-balok itu ?
 - Berapa energi mekanik hilang dalam tumbukkan yang dimaksud pada poin (a) ?
17. Benda 5 kg yang bergerak pada arah $+x$ dengan laju 5,5 m/s bertabrakan dari depan dengan benda 3 kg yang bergerak pada arah $-x$ dengan kecepatan 4 m/s. Hitung kecepatan akhir masing-masing massa jika :
- Kedua benda bersatu.
 - Tumbukan tersebut lenting.
 - Benda 5 kg berhenti setelah tumbukan.
 - Benda 3 kg berhenti setelah tumbukkan.
18. Dua bola bilyar dengan massa sama bergerak dengan membentuk sudut 90 dan bertemu di titik pusat sistem koordinat xy . Satu bola bergerak ke atas sepanjang sumbu y dengan kecepatan 2 m/s, sementara yang lainnya bergerak ke kanan sepanjang sumbu x dengan kecepatan 3,7 m/s. Setelah tumbukan (dianggap lenting), bola kedua bergerak sepanjang sumbu y positif (lihat gambar di samping). Ke manakah arah akhir bola pertama dan berapa kecepatan kedua bola tersebut ?



19. Sebuah pistol ditembakkan vertikal ke balok kayu 1,4 kg yang sedang dalam keadaan diam persis di atasnya. Jika peluru memiliki massa 21 gr dan laju 210 m/s, seberapa tinggi balok tersebut akan naik setelah peluru tertanam di dalamnya ?
20. Seorang anak dalam sebuah perahu melemparkan paket 5,4 kg horizontal keluar perahu dengan kecepatan 10 m/s. Hitung kecepatan perahu persis setelah lemparan tersebut, dengan menganggap keadaan awalnya ialah diam. Massa si anak 26 kg dan perahu 55 kg.



BAB 7 ROTASI BENDA TEGAR

Tujuan Instruksional Umum :

Mahasiswa memahami konsep rotasi benda tegar

Tujuan Instruksional Khusus:

Melalui kegiatan studi pustaka dan diskusi, mahasiswa mampu menganalisis konsep persamaan gerak rotasi dalam fenomena sehari-hari.

Melalui kegiatan studi pustaka dan diskusi, siswa mampu menganalisis hubungan momen gaya dan momen inersia

Melalui kegiatan studi pustaka dan diskusi, siswa mampu menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan konsep rotasi benda tegar.

Jenis gerak yang paling sering ditemukan adalah kombinasi gerak translasi dan gerak rotasi. Pada bab ini akan dibahas gerak rotasi terhadap sebuah benda tegar. Benda tegar adalah benda dengan bentuk tertentu yang tidak berubah seingga partikel-partikel pembentuknya berada pada posisi yang tetap relatif satu sama lain.

A. Persamaan Gerak Rotasi

Untuk mendeskripsikan gerak rotasi, digunakan besaran-besaran yang sama dengan besaran-besaran pada gerak melingkar. Besaran-besaran itu diantaranya adalah kecepatan sudut dan percepatan sudut. Pada gerak translasi, kita memiliki beberapa persamaan penting yang menghubungkan percepatan, kecepatan dan jarak untuk situasi percepatan linier beraturan. Persamaan-persamaan tersebut diturunkan dari definisi kecepatan dan percepatan linier dengan menganggap percepatan konstan. Definisi kecepatan sudut dan percepatan sudut sama dengan kecepatan dan percepatan linier, kecuali bahwa θ menggantikan perpindahan linier x , ω menggantikan v , dan α menggantikan a . Dengan demikian, persamaan-persamaan sudut untuk percepatan sudut konstan akan analog dengan beberapa persamaan gerak linier. Tabel 1 menunjukkan

beberapa persamaan gerak rotasi yang analog dengan persamaan gerak translasi

Tabel 1. Persamaan - Persamaan Sudut

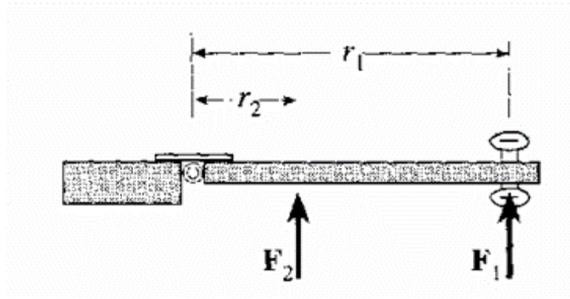
Translasi	Rotasi
$v_t = v_0 + at$	$\omega_t = \omega_0 + at$
$x = v_0t + 1/2at^2$	$x = \omega_0t + 1/2at^2$
$v_t^2 = v_0^2 + 2ax$	$\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2a\theta$
$\underline{v} = \frac{v_t + v_0}{2} = \frac{1}{2} (v_t + v_0)$	$\underline{\omega} = \frac{\omega_t + \omega_0}{2} = \frac{1}{2} (\omega_t + \omega_0)$
$x = \underline{v}t$	$\theta = \underline{\omega}t$

B. Momen Gaya

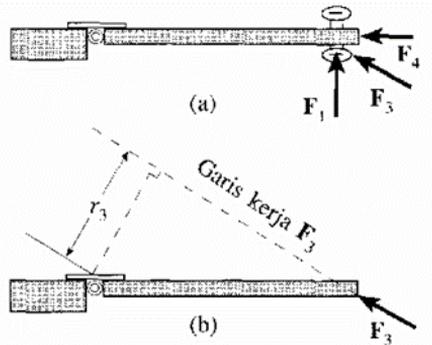
Pada gerak rotasi, sebuah benda hanya dapat berubah gerakannya dari diam menjadi berputar jika pada benda itu diterapkan sebuah gaya. Perubahan gerak pada gerak rotasi berupa perubahan kecepatan sudut. Perubahan gerak rotasi terjadi karena adanya “gaya pemutar” yang disebut dengan momen gaya (torsi).

Seperti yang telah jelaskan di atas, bahwa untuk membuat sebuah benda mulai berotasi sekitar sumbu, jelas diperlukan gaya. Tetapi arah gaya ini, dan dimana diberikannya merupakan hal yang penting. Pada Gambar 1 menunjukkan sebuah pintu yang dilihat dari atas. Jika gaya F1 dan gaya F2 diberikan tegak lurus terhadap pintu, maka makin besar nilai

F1 makin cepat pula pintu terbuka (diasumsikan jika gesekan pada engsel diabaikan). Jika diasumsikan F2 = F1, tetapi jaraknya lebih dekat ke engsel, maka pintu tidak terbuka sedemikian cepat karena efek gaya lebih kecil.



Gambar 1. Memberi gaya-gaya yang sama dengan lengan gaya yang berbeda.



Gambar 2. Gaya-Gaya yang bekerja pada gagang pintu

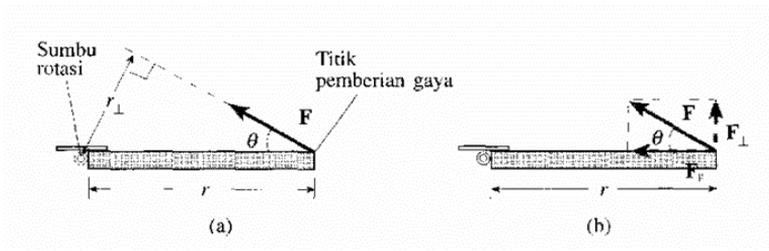
Lengan gaya didefinisikan sebagai jarak tegak lurus sumbu rotasi ke garis kerja gaya, yaitu jarak yang tegak lurus terhadap sumbu rotasi dan garis imajiner yang ditarik sepanjang arah gaya. Jelas bahwa gaya yang diberikan dengan suatu sudut seperti F_3 (Gambar 2) akan lebih tidak efektif daripada gaya dengan besar yang sama yang diberikan lurus seperti F_1 (Gambar 2.a). Jika ujung pintu didorong sedemikian rupa sehingga gaya diarahkan pada engsel (sumbu rotasi), sebagaimana ditunjukkan oleh gaya F_4 , maka pintu tidak akan berotasi sama sekali.

Lengan gaya untuk gaya F_3 ditemukan dengan cara menarik garis sepanjang arah gaya F_3 (garis kerja F_3). Kemudian garis lain digambarkan tegak lurus terhadapnya, dan menuju sumbu. Panjang garis kedua ini merupakan lengan gaya untuk F_3 dan disebut sebagai r_3 (Gambar 2.b). Lengan gaya tegak lurus terhadap garis kerja gaya dan di ujung yang lainnya tegak lurus terhadap sumbu rotasi.

Besar torsi didefinisikan sebagai hasil kali gaya dengan lengan gaya. Jika r_{\perp} adalah lengan gaya dan tanda tegak lurus (\perp) mengingatkan bahwa kita harus menggunakan jarak dari sumbu rotasi yang tegak lurus terhadap garis kerja gaya (Gambar 3.a). Maka secara umum torsi dapat dituliskan :

$$\tau = r_{\perp} F$$

gaya dan tanda tegak lurus (\perp) mengingatkan bahwa kita harus menggunakan jarak dari sumbu rotasi yang tegak lurus terhadap garis kerja gaya (Gambar 3.a). Maka secara umum torsi dapat dituliskan :



Cara yang lain tetapi ekuivalen untuk menentukan torsi yang berhubungan dengan gaya adalah dengan menguraikan gaya menjadi komponen-komponen paralel dan tegak lurus terhadap garis yang menghubungkan titik kerja gaya dengan sumbu (Gambar 3.b).

Komponen F_{II} tidak memberikan torsi karena diarahkan ke sumbu rotasi (lengan momennya adalah nol). Dengan demikian torsi akan sama dengan F_{\perp} dikalikan jarak r dari sumbu ke titik dimana gaya diberikan:

$$\tau = rF_{\perp}$$

Dapat dilihat dari kenyataan bahwa $F_{\perp} = F \sin \theta$ dan $r_{\perp} = r \sin \theta$ dimana θ

adalah sudut antara F dan r). Jadi rumus diatas dapat dinyatakan sebagai:

$$\tau = rF \sin \theta$$

CONTOH 1 :

Otot bisep memberikan gaya ke atas pada lengan bawah sebagaimana ditunjukkan Gambar (a) dan (b). Untuk masing-masing kasus, hitung torsi sekitar sumbu rotasi melalui sendi siku, dengan menganggap bahwa otot melekat 5 cm dari siku sebagaimana ditunjukkan gambar.

Pembahasan :

Untuk Gambar (a) :

$$F = 700\text{N}$$

$r_{\perp} = 0,05\text{m}$ Sehingga diperoleh,

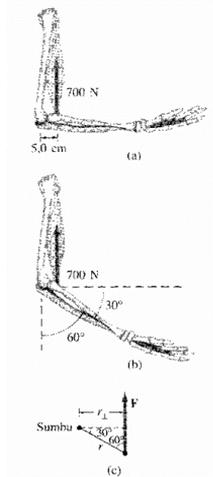
$$\tau = r_{\perp} F = (0,05\text{m})(700\text{N}) = 35\text{m.N}$$

Untuk Gambar (b), karena lengan membentuk sudut, maka lengan gaya lebih pendek :

$$r_{\perp} = (0,05\text{m})\sin 60^{\circ}$$

Sedangkan F tetap 700 N. Maka diperoleh :

$$\tau = (0,05\text{m})\sin 60^{\circ} (700\text{N}) = 30\text{m.N}$$



C. Momen Inersia

Pada gerak translasi, massa dijadikan ukuran kelembaman benda (inersia) yaitu ukuran yang menyatakan tanggapan benda terhadap perubahan pada keadaan geraknya. Jika massa benda besar, maka benda sukar dipercepat atau sukar diubah geraknya, tetapi sebaliknya jika massa benda kecil, maka benda mudah dipercepat atau mudah diubah geraknya.

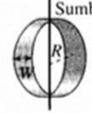
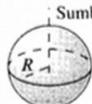
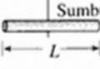
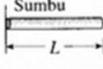
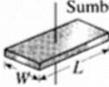
Pada gerak rotasi besaran yang analog dengan massa adalah momen inersia. Dengan demikian momen inersia merupakan ukuran kelembaman benda yang berotasi atau berputar pada sumbu putarnya. Momen inersia (I) dari sebuah partikel bermassa m didefinisikan sebagai :

$$I = mr^2$$

Dari persamaan di atas dapat dikatakan bahwa besar momen inersia sebuah partikel sebanding dengan massa partikel itu dan sebanding dengan kuadrat jarak partikel ke sumbu putarnya. Sebuah benda tegar disusun oleh banyak partikel yang terpisah satu dengan yang lain. Maka momen inersia sebuah benda terhadap suatu sumbu putar dapat dipandang sebagai jumlah aljabar momen-momen inersia partikel-partikel penyusunnya. Jika massa partikel-partikel penyusun itu adalah m_1, m_2, m_3, \dots dan jarak masing-masing partikel terhadap sumbu putarnya adalah r_1, r_2, r_3, \dots . Maka momen inersia benda terhadap sumbu tersebut adalah :

$$I \sum mr^2 = m_1 [r_1]^2 + m_2 [r_2]^2 + \dots$$

Tabel 2. Momen inersia beberapa benda

Benda	Lokasi sumbu		Momen inersia
(a) Lingkaran tipis dengan radius R	Melalui pusat		MR^2
(b) Lingkaran tipis dengan radius R dan lebar W	Melalui diameter pusat		$\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{12}MW^2$
(c) Silinder padat dengan radius R	Melalui pusat		$\frac{1}{2}MR^2$
(d) Silinder berongga dengan radius dalam R_1 dan radius luar R_2	Melalui pusat		$\frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
(e) Bola serba sama dengan radius R	Melalui pusat		$\frac{2}{5}MR^2$
(f) Batang serba sama panjang dengan panjang L	Melalui pusat		$\frac{1}{12}ML^2$
(g) Batang serba sama panjang dengan panjang L	Melalui ujung		$\frac{1}{3}ML^2$
(h) Lempengan persegi panjang tipis dengan panjang L dan lebar W	Melalui pusat		$\frac{1}{12}M(L^2 + W^2)$

Jika sebuah partikel dengan massa m berotasi membentuk lingkaran dengan radius r dari ujung sebuah tali yang massanya diabaikan. Anggap gaya F bekerja pada partikel tersebut.

Maka torsi yang mengakibatkan percepatan sudut adalah

$$\tau = rF$$

Jika dikaitkan dengan Hukum II Newton $F = ma$, dimana $a = r\alpha$, maka diperoleh :

$$F = ma$$

$$\tau = rF$$

$$\tau = rma$$

$$\tau = mr^2\alpha = I\alpha$$

D. Energi Kinetik Rotasi

Jika nilai $\frac{1}{2} mv^2$ merupakan energi kinetik benda yang mengalami gerak translasi, maka benda yang berotasi pada sebuah sumbu dikatakan memiliki energi kinetik rotasi yang dapat diturunkan dari energi kinetik translasi. Dengan mendefinisikan bahwa $v = r\omega$ dan $mr^2 = I$, maka diperoleh :

$$E_{Rotasi} = \frac{1}{2} m(r\omega^2) = \frac{1}{2} mr^2\omega^2 = \frac{1}{2} I\omega$$

Jika sebuah benda bergerak translasi sambil berotasi (menggeling), maka benda itu akan memiliki total energi kinetik yang sama dengan jumlah energi kinetik translasi dan energi kinetik rotasinya.

$$E_{K Total} = E_{K Translasi} + E_{K Rotasi} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

Usaha yang dilakukan τ yang tetap dalam memutar benda sebanyak θ adalah :

$$W = \tau\theta$$

Sedangkan daya yang dikeluarkan τ pada benda adalah:

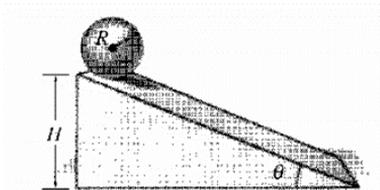
$$P = \tau \omega$$

CONTOH 1 :

Berapa laju bola padat dengan massa M dan radius R ketika mencapai kaki bidang miring jika mulai dari keadaan diam pada ketinggian vertikal H dan menggeling ke bawah tanpa selip ?

Pembahasan :

Gunakan Hukum kekekalan energi dengan memperhitungkan energi kinetik rotasi. Energi total pada tiap titik dengan jarak y di atas dasar bidang miring adalah :



$$E_{\text{total}} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 + Mgy$$

Jika pada posisi puncak bidang miring diketahui $y = H$ dan $v = \omega = 0$, sedangkan pada posisi dasar bidang miring diketahui $y = 0$, maka energi totalnya :

$$\begin{aligned} E_{\text{total awal}} &= E_{\text{total akhir}} \\ \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} I\omega_1^2 + Mgh_1 &= \frac{1}{2} mv_2^2 + \frac{1}{2} I\omega_2^2 + Mgh_2 \\ 0 + 0 + Mgh &= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 + 0 \end{aligned}$$

Momen inersia untuk bola padat di sekitar sumbu yang melalui pusat massanya adalah

$I = 2 MR^2$. Karena bola menggelinding tanpa selip, kecepatan v pusat massa terhadap titik

kontak (yang selama sesaat berada dalam keadaan diam) sama dengan kecepatan sebuah titik di sisi relatif terhadap pusat, maka $\omega = v/R$. Sehingga persamaan di atas menjadi :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} mr^2 \right) \left(\frac{v^2}{r^2} \right) &= Mgh \\ \frac{1}{2} v^2 + \frac{2}{10} v^2 &= gh \\ v &= \sqrt{\frac{10}{7} gh} \end{aligned}$$

Dari persamaan di atas tampak bahwa nilai v tidak bergantung pada massa M maupun radius R dari bola tersebut.

E. Momentum Sudut

Momentum sudut (L) untuk benda yang berotasi didefinisikan sebagai kuantitas atau ukuran gerak rotasi (kekuatan dari putaran). Karena pada gerak rotasi momen inersia (I) merupakan analogi dari massa (m) suatu benda dan kecepatan sudut (ω) pada gerak rotasi analogi dengan kecepatan linier (v) pada gerak translasi, maka momentum sudut dinyatakan :

$$L = I\omega$$

Satuan momentum sudut (L) yaitu $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ dan arahnya searah dengan arah putaran atau rotasinya.

Hukum kekekalan momentum sudut untuk benda yang berotasi menyatakan bahwa "momentum sudut total pada benda yang berotasi tetap konstan jika torsi total yang bekerja padanya sama dengan nol". Pada gerak translasi berlaku hukum II Newton, sebagai berikut :

$$F = ma = m \, dv/dt = (d(mv))/dt = dp/dt$$

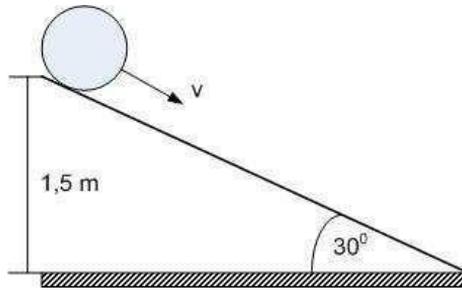
Hal tersebut berarti gaya adalah perubahan momentum per satuan waktu. Dapat berarti juga bahwa, jika ada gaya yang bekerja pada suatu benda, maka tidak ada perubahan momentum pada benda itu. Jika diketahui $\tau = I\alpha = dL/dt = d(I\omega)/dt = dL/dt$

Sehingga, $\tau = dL/dt$ merupakan momen gaya hasil turunan pertama dari fungsi momentum sudut terhadap waktu.

Soal :

1. Dua buah partikel masing-masing bermassa 1 kg dan 2 kg dihubungkan satu sama lain dengan sebuah batang yang massanya dapat diabaikan terhadap massa kedua partikel. Panjang batang 0,5 m. Bila batang diputar pada suatu sumbu yang jaraknya 0,2 m dari partikel yang bermassa 2 kg dengan kecepatan sudut 1 rad/s, berapakah besar momen inersia sistem itu ?
2. Sebuah partikel bermassa 0,2 gr bergerak melingkar dengan kecepatan sudut tetap 10 rad/s. Jika jari-jari lintasan partikel 3 cm. Berapakan momentum sudut partikel itu ?
3. Pada sebuah bola pejal bermassa 3 kg dan berjari-jari 20 cm diberikan suatu gaya sehingga dari keadaan diam bola pejal tersebut berputar terhadap sumbu yang melalui pusat bola dengan percepatan 5 rad/s². Berapakah energi kinetik bola itu setelah berputar selama 2 detik ?

4. Sebuah bola pejal dengan massa 6 kg dan berjari-jari 20 cm, bergerak pada kelajuan 30 m/s sambil berputar. Berapakah total energi kinetiknya ?
5. Sebuah silinder pejal homogen dengan jari-jari 20 cm dan massa 2 kg yang berada di puncak bidang miring yang licin meluncur menuruni bidang miring.
 - a. Berapakan kecepatan benda pada saat tiba di dasar bidang miring ?
 - b. Berapakah kecepatan sudut benda itu di dasar bidang miring ?



DAFTAR PUSTAKA

1. Giancoli, D. C., Fisika Jilid 1, Edisi Kelima, Penerbit Erlangga, Jakarta, 2001.
2. Sears, F.W., Zemansky, M.W., Fisika untuk Universitas 2 (Mekanika-Panas-Bunyi), Penerbit Binacipta, Bandung, 1994.
3. Sutrisno, Fisika Dasar – Mekanika, Penerbit ITB, Bandung, 1997.
4. Bueche, F.J., Fisika, Edisi Kedelapan, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1989.

FISIKA DASAR

Untuk Perguruan Tinggi

FISIKA DASAR Untuk Perguruan Tinggi

Ice Triantiza S.Si,MT,CIQaR • Ayu Novia Lisdawati S.Si,M.Si • Firda Herlina S.T,MEng

